गणित

कक्षा 5

म.प्र. राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्

सा विद्या या विमुक्तये

शिक्षा का अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

इस पुस्तक के मुद्रण में उपयोग किए गए कागज का स्पेसिफिकेशन
अन्तः पृष्ठों के कागज– वाटर मार्क, मैपलिथो, मुद्रण कागज 70 जी.एस.एम., **BIS** गुणवत्ता **IS 1848:2007** (चौथा पुनरीक्षण)
बाह्य पृष्ठों के कवर कागज– 230 जी.एस.एम., एम.जी. कोटेड
"पुस्तक के प्रत्येक पृष्ठ पर निगम का वाटर मार्क है"

वर्ष 2015

प्रकाशन वर्ष 2007
पुन: प्रकाशन 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015
© म.प्र. राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

निदेशन : **एम.के. सिंह (आय.ए.एस.),** आयुक्त, म.प्र. राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

मार्गदर्शन : **सन्तोष मिश्र,** अपर संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

संयोजन : **शकुन्तला श्रीवास्तव,** समन्वयक पाठ्यक्रम एवं पाठ्यपुस्तक तथा टी.एल.एम., म.प्र. राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

गणित समन्वयक : **बी.बी.पी. गुप्ता,** मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

लेखक एवं मॉडरेटर : **डॉ. ए.के. राजपूत,** राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् (क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान), भोपाल, **बलराम चतुर्वेदी,** बी.ए.सी., जिला शिक्षा केन्द्र टीकमगढ़, **भरत कुमार चतुर्वेदी,** शा.शिक्षा महाविद्यालय, ग्वालियर, **देवेन्द्रराव देशमुख,** सरस्वती शिक्षा संस्थान, रायपुर, **दिनेश खन्ना,** शा.पू.मा.वि. साइडिंग सतना, **जी.आर. सरवाइकर,** सेवानिवृत्त बी.ई.ओ., भोपाल, **कैलाश नारायण शर्मा,** शा.क.उ.मा.वि. सराफा, उज्जैन, **एल.आर. शर्मा,** सेवानिवृत्त केन्द्रीय विद्यालय, भोपाल, **एम.एम. श्रीवास्तव,** सेवानिवृत्त प्राचार्य, आदिवासी विकास विभाग, भोपाल, **मुकेश मालवीय,** शा.मा.शा. पहावाड़ी, शाहपुर (बैतूल), **एन.के. शर्मा,** सेवानिवृत्त, शा.शि. महाविद्यालय, उज्जैन, **पंकज तिवारी,** शा.प्रा.शाला सिंघौड़ी (सिवनी), **आर.एस. चौहान,** सेवानिवृत्त, डाइट प्राचार्य, राजगढ़, **आर.सी. उपाध्याय,** डाइट सतना, **सतीश तिवारी,** डाइट, जबलपुर, **सोनल भारती,** सेंट जोसफ, भोपाल, **सुशील शर्मा,** शा.हाईस्कूल लक्ष्मी मंडी, भोपाल **व्ही.के. जैन,** सेवानिवृत्त, पाठ्यपुस्तक निगम।

सम्पादन : **डॉ. प्रवीण पाटिल,** श्रीनील कंठेश्वर शा.स्नातकोत्तर महाविद्यालय, खण्डवा, **राजीव भार्गव,** बालनिकेतन, उ.मा.वि., भोपाल, **डॉ. एस.एस. पागे,** सेवानिवृत्त, शा.उत्कृष्ट महाविद्यालय, भोपाल

मुख पृष्ठ : विकास मालवीय, **आकल्पन एवं चित्रांकन** : मीडिया ग्राफिक्स एण्ड कम्प्युटर्स, भोपाल

प्री-प्रेस कार्य : मध्यप्रदेश माध्यम, भोपाल

म.प्र. पाठ्यपुस्तक स्थाई समिति द्वारा अनुमोदित

1.	**डॉ. गोविन्द शर्मा,** पूर्व अतिरिक्त संचालक, मध्यप्रदेश शासन, ग्वालियर	अध्यक्ष
2.	**डॉ. उमराव सिंह चौधरी,** पूर्व कुलपति, देवी अहिल्या विश्वविद्यालय, इंदौर	सदस्य
3.	**प्रो. उदय जैन,** पूर्व प्राचार्य, वैष्णव महाविद्यालय, इंदौर	सदस्य
4.	**डॉ. सुभाष गुप्ता,** डीन, छात्र कल्याण, देवी अहिल्या विश्वविद्यालय, इंदौर	सदस्य
5.	**डॉ. (श्रीमती) बिनय राजाराम,** प्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष (हिन्दी) श्री सत्य साँई महिला महाविद्यालय, भोपाल	सदस्य
6.	**प्रो. सुरेश्वर शर्मा,** पूर्व कुलपति, रानी दुर्गावती विश्वविद्यालय, जबलपुर	सदस्य
7.	**डॉ. प्रकाश बरतूनिया,** सहायक महाप्रबंधक, आई.डी.बी.आई., भोपाल	सदस्य
8.	**डॉ. मनमोहन उपाध्याय,** शिक्षाविद् एवं पूर्व उपाध्यक्ष, म.प्र. संस्कृत बोर्ड, भोपाल	सदस्य
9.	**श्री भगीरथ कुमरावत,** शिक्षाविद, 100/45, शिवाजी नगर, भोपाल	सदस्य
10.	**आयुक्त,** मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल	सदस्य सचिव
11.	**आयुक्त,** लोक शिक्षण मध्यप्रदेश, भोपाल	सदस्य
12.	**सचिव,** माध्यमिक शिक्षा मण्डल, म.प्र. भोपाल	सदस्य
13.	**प्रबंध संचालक,** मध्यप्रदेश पाठ्यपुस्तक निगम, भोपाल	सदस्य
14.	**प्रतिनिधि,** राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्	सदस्य
15.	**प्रतिनिधि,** नवोदय विद्यालय	सदस्य
16.	**प्रेम भारती,** शिक्षाविद् एवं सदस्य, राज्य कार्यकारिणी, सर्व शिक्षा अभियान, म.प्र.	आमंत्रित सदस्य

पुस्तक के बारे में ...

यह पुस्तक प्राथमिक स्तर पर कक्षा 5 के लिए विकसित की गई है। इस पुस्तक को विकसित करते समय राष्ट्रीय पाठ्यचर्या को ध्यान में रखते हुए पाठ्यवस्तु को सहज एवं सरल रूप में प्रस्तुत करने का प्रयास किया गया है। गणित विषय की इस नवीन पाठ्यपुस्तक में मुख्य रूप से संख्या पद्धति, लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्त्तक, भिन्नात्मक संख्याएँ, दशमलव संख्याएँ, ऐकिक नियम, औसत, प्रतिशत, लाभ-हानि, साधारण ब्याज, मुद्रा, मापन (लम्बाई, वजन, धारिता), समय, परिमाप एवं क्षेत्रफल तथा ज्यामितीय आकृतियों का समावेश किया गया है।

पुस्तक में सीखने-सीखाने की प्रक्रिया को प्रभावी बनाने के लिए अभ्यास पर अधिक बल दिया गया है। प्रत्येक पाठ के प्रारम्भ में उस पाठ से विकसित होने वाली अवधारणाओं को 'आइए सीखें' शीर्षक के अंतर्गत दिया गया है। इसका उद्देश्य यह है कि शिक्षक उस पाठ से विकसित होने वाली अवधारणाओं पर विशेष ध्यान देकर शिक्षण एवं मूल्यांकन कर सकेंगे। विषयवस्तु के मुख्य अंश को बाक्स में लिखा गया है। विषयवस्तु की आवश्यकतानुसार चित्र एवं गतिविधियाँ दी गई हैं। ऐसी गतिविधियों का भी समावेश किया गया है जिससे बच्चे अपनी सृजनात्मकता द्वारा अवधारणा विकसित कर सकें। साथ ही लिंग समानता, पर्यावरण सुरक्षा आदि जैसे राष्ट्रीय उद्देश्यों की पूर्ति को पुस्तक विकास में अपेक्षित महत्व दिया गया है। पाठ की विषयवस्तु को सरल से कठिन की ओर क्रमबद्ध एवं तर्कपूर्ण ढंग से विकसित किया गया है। जोड़ने, घटाने एवं गुणा करने की विधियों तथा जोड़, घटाना, गुणा तथा भाग के उत्तर की जाँच हेतु वैदिक गणित की रीतियों का भी समावेश किया गया है।

क्षेत्र परीक्षण से प्राप्त सुझावों, पाठ्यपुस्तक स्थायी समिति द्वारा प्रदत्त सुझावों को ध्यान में रखते हुए पुस्तक का विकास किया गया है।

आशा है यह पुस्तक बच्चों में गणित विषय को रोचक एवं आनन्ददायी बनाने में प्रभावी होगी। इस पुस्तक को अधिक प्रभावी बनाने हेतु शिक्षकों, अभिभावकों, शिक्षक-प्रशिक्षकों तथा गणित के अन्य विद्वानों के रचनात्मक सुझाव पुस्तक को अधिक प्रभावी बनाने में सहायक होंगे।

आयुक्त
मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र
भोपाल

पाठ्यक्रम
कक्षा 5

1. संख्याओं की समझ एवं लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक (कालखण्ड 20, अंक 12)

(अ) संख्या पद्धति : एक करोड़ तक की संख्याएँ

- 1 से 100 तक रोमन संख्या पढ़ना व लिखना सीख सकेंगे।
- 10, 100 तथा 1000 की निकटतम संख्याओं की पहचान कर सकेंगे।
- दस हजार से एक करोड़ तक की संख्याओं को अंकों व शब्दों में लिखना, पढ़ना व बोलना सीख सकेंगे।
- दस लाख तक की संख्याओं के स्थानीय मान एवं विस्तारित रूप समझ सकेंगे।
- एक लाख तक की संख्याओं में बढ़ता एवं घटता क्रम।
- $>$, $<$ अथवा $=$ चिह्नों का प्रयोग।
- अल्प विराम लगाकर संख्या को अंकों में लिखना सीख सकेंगे।
- किसी संख्या के पहले, बाद एवं बीच की संख्या पहचान कर लिखना सीख सकेंगे।

(ब) लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

- किसी संख्या के अपवर्त्य एवं अपवर्तक निकाल सकेंगे।
- किसी संख्या के गुणनखण्ड निकाल सकेंगे।
- दो अंकों की दो या तीन संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य निकाल सकेंगे।
- दो अंकों की दो या तीन संख्याओं का महत्तम समापवर्तक निकाल सकेंगे।

2. संख्याओं पर संक्रियाएँ, ऐकिक नियम तथा औसत (कालखण्ड 40, अंक 21)

(अ) संख्याओं पर संक्रियाएँ

- पाँच एवं छः अंकों की संख्याओं का जोड़ना, घटाना एवं उत्तर की जाँच करना सीख सकेंगे।
- जोड़ने एवं घटाने के शाब्दिक व्यवहारिक प्रश्नों को हल करना सीख सकेंगे।
- तीन अंकों की संख्या से किसी संख्या में गुणा करना सीख सकेंगे।
- दो अंकों वाली संख्या से चार अंकों वाली संख्या में भाग देना सीख सकेंगे।
- किन्हीं भी दो संख्याओं में आधारित एक या दो चरणों में हल होने वाले मौखिक सवालों को हल करना सीख सकेंगे।
- किन्हीं भी दो संक्रियाओं में आधारित एक या दो चरणों में हल होने वाले दैनिक जीवन संबंधी शाब्दिक प्रश्नों को लिखित रूप में हल कर सकेंगे।
- संख्याओं से संबंधित पैटर्न को समझ कर उन्हें आगे बढ़ा सकेंगे।
- पैटर्न तैयार कर उसका सक्रियाओं के आधार पर सामान्यीकरण कर सकेंगे।

(ब) ऐकिक नियम

- ऐकिक नियम की अवधारणा समझ सकेंगे।
- एक वस्तु की कीमत ज्ञात होने पर अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात कर सकेंगे।
- अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर एक वस्तु की कीमत ज्ञात कर सकेंगे।
- अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर दूसरी अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात कर सकेंगे।

(स) औसत

- औसत की अवधारणा समझ सकेंगे।
- औसत की गणना करना तथा इकाइयों के साथ लिखना सीख सकेंगे।
- औसत संबंधी दैनिक जीवन की समस्याओं को हल कर सकेंगे।

3. लाभ-हानि, साधारण ब्याज, मुद्रा, मापन, समय, परिमाप एवं क्षेत्रफल (कालखण्ड 68, अंक 39)

(अ) लाभ-हानि

- क्रय-मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ एवं हानि की अवधारणा समझ सकेंगे।
- दैनिक जीवन की क्रय-विक्रय तथा लाभ-हानि संबंधित सरल समस्याओं को हल कर सकेंगे।
- प्रतिशत लाभ-हानि की गणना कर सकेंगे।

(ब) साधारण ब्याज (सरल ब्याज)

- साधारण ब्याज की अवधारणा समझ सकेंगे।
- दर, ब्याज, मूलधन, समय एवं मिश्रधन को समझ सकेंगे।
- सूत्र का उपयोग करके ब्याज, मिश्रधन एवं मूलधन की गणना कर सकेंगे।
- सरल ब्याज संबंधी शाब्दिक प्रश्नों को सूत्र की सहायता से हल कर सकेंगे।

(स) मुद्रा (बिल)

- बेची गई वस्तु का बिल बनाना सीख सकेंगे।
- दर और मात्रा के आधार पर बिल की जाँच कर सकेंगे।

(द) मापन (लम्बाई, वजन, धारिता)

- चार गणितीय संक्रियाओं में से किन्हीं दो पर आधारित लम्बाई की मानक इकाइयों को एक दूसरे में बदलकर उनसे संबंधित दैनिक जीवन की सरल समस्याओं को समझ कर हल कर सकेंगे।
- निकट परिवेश में उपलब्ध वस्तुओं एवं छोटी दूरियों को तथा सरल और वक्र रेखाओं को मीटर व सेन्टीमीटर में नाप सकेंगे।
- परिचित वस्तुओं एवं छोटी दूरियों की लम्बाई को जो पाँच मीटर से अधिक न हो मानक इकाइयों में अनुमान लगाकर पुष्टि कर सकेंगे।
- भार की मानक इकाइयों से संबंधित सरल दैनिक समस्याओं को मौखिक तथा लिखकर हल कर सकेंगे।
- अमानक मापों जैसे प्याला, छोटी बोतल आदि से धारिता का अनुमान लगाकर पुष्टि कर सकेंगे।
- लीटर और मिलीलीटर से संबंधित सरल, दैनिक समस्याओं को मौखिक तथा लिखित रूप से हल कर सकेंगे।

(इ) समय

- किसी कार्य अथवा घटना में लगने वाले समय की गणना पूर्वाह्न और अपराह्न के बीच कर सकेंगे।
- समय संबंधी सरल दैनिक समस्याओं को हल कर सकेंगे, जिनमें सप्ताह, दिन, घंटे और मिनट हों और सप्ताह तथा दिन को घंटों में बदलना भी हो।

(फ) परिमाप एवं क्षेत्रफल

- क्षेत्रफल एवं परिमाप की अवधारणा समझ सकेंगे।
- क्षेत्रफल एवं परिमाप से संबंधित सरल, दैनिक समस्याओं के प्रश्न हल कर सकेंगे।
- निकट परिवेश की वस्तुओं जैसे : माचिस, डिब्बी, ईट की सतह, स्लेट, कॉपी, कक्षा का कमरा, खेल का मैदान आदि के क्षेत्रफल का मानक इकाइयों में अनुमान लगाकर पुष्टि कर सकेंगे।

4. भिन्नात्मक संख्याएँ, दशमलव संख्याएँ एवं प्रतिशत **(कालखण्ड 38, अंक 20)**

(अ) भिन्नात्मक संख्याएँ एवं उन पर संक्रियाएँ

- भिन्न की अवधारणा को समझ सकेंगे।
- भिन्नों को सरलतम रूप में लिख सकेंगे।
- भिन्नों को घटते-बढ़ते क्रम में लिख सकेंगे।
- भिन्नों को जोड़ व घटा सकेंगे।
- एक भिन्न में दूसरी भिन्न का गुणा कर सकेंगे तथा एक भिन्न में दूसरी भिन्न का भाग दे सकेंगे।
- दैनिक जीवन की भिन्नात्मक समस्याओं को हल कर सकेंगे।

(ब) दशमलव संख्याएँ एवं उन पर संक्रियाएँ

- दशमलव की अवधारणा को समझ सकेंगे।
- रुपये-पैसे, किलोग्राम-ग्राम, लीटर-मिली, मीटर-सेन्टीमीटर, किलोमीटर-मीटर, सेन्टीमीटर, मिलीमीटर को दशमलव संख्या के रूप में लिख सकेंगे।
- दशमलव संख्या को भिन्न में व भिन्न को दशमलव संख्या के रूप में बदल सकेंगे।
- दशमलव संख्या का जोड़, घटाना, गुणा व भाग कर सकेंगे।

(स) प्रतिशत

- प्रतिशत का अर्थ समझ सकेंगे।
- प्रतिशत कैसे निकालते हैं? समझ सकेंगे।
- प्रतिशत का दैनिक जीवन में उपयोग कर सकेंगे।
- भिन्न व प्रतिशत को परस्पर बदल सकेंगे।
- किसी राशि का पूछा गया प्रतिशत ज्ञात कर सकेंगे।
- प्रतिशत लाभ-हानि की गणना कर सकेंगे।

5. ज्यामितीय आकृतियाँ **(कालखण्ड 14, अंक 8)**

- स्केल और चाँदे की सहायता से विभिन्न कोण मापना एवं बनाना।
- किरण एवं रेखाखण्ड में अन्तर समझ सकना।
- दो किरणों के बीच बने कोण की समझ।
- तीन रेखाखण्डों से बनी बन्द आकृति की त्रिभुज के रूप में समझ।
- त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180^0 है। सत्यापन करना।
- स्केल और परकार की सहायता से दी गई त्रिज्या का वृत्त खीच सकेंगे तथा त्रिज्या एवं व्यास में परस्पर संबंध स्थापित कर सकेंगे।
- समकोण, अधिक कोण एवं न्यूनकोण का वर्गीकरण करना।
- सममित आकृतियाँ पहचान सकेंगे।
- परिवेशीय आधार पर समान्तर रेखा व लम्बवत् रेखा की समझ।

(कुल कालखण्ड 180, कुल अंक 100)

शेष कालखंडों में उपचारात्मक शिक्षण, विषय वस्तु की पुनरावृत्ति एवं मूल्यांकन कराया जाए।

विषय वस्तु का मासिक विभाजन

क्र.	माह	विषयवस्तु
1.	अप्रैल	**संख्या पद्धति-एक करोड़ तक की संख्याएँ :** 10,000 से 1,00,00,000 तक की संख्या शब्दों अंकों में लिखना-पढ़ना। रोमन संख्यों से परिचय, दस लाख तक की संख्याओं का स्थानीय मान विस्तारित रूप, एक लाख तक बढ़ते व घटते क्रम में, <, >, = के चिन्हों का प्रयोग, पहले, बाद, बीच की संख्या लिखना। **(मासिक मूल्यांकन)**
2.	जुलाई	**संख्याओं पर संक्रियाएँ, लघुत्तम समापवर्तक, महत्तम समापवर्तक :** 5 एवं 6 अंकों की संख्याओं को जोड़ना-घटना, तीन अंकों की संख्या से किसी संख्या में गुणा करना। दो अंकों वाली संख्या से चार अंकों वाली संख्या में भाग देना। दो संक्रिया पर आधारित दैनिक जीवन संबंधी शाब्दिक प्रश्न हल करना, पैटर्न समझकर आगे बढ़ाना, अपवर्त्य व अपवर्तक समझना, 2 या 3 अंकों की संख्या का लघुत्तम व महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना। **(मासिक मूल्यांकन)**
3.	अगस्त	**भिन्नात्मक संख्याएँ, दशमलव संख्याएँ :** भिन्नों को घटते, बढ़ते क्रम में, सरलतम रूप में जोड़ना, घटाना, गुणा व भाग, दशमलव की अवधारणा, रुपये-पैसे, कि.ग्रा. ग्राम, मीटर से.मी. आदि को दशमलव में लिखना, दशमलव संख्या को भिन्न में बदलना, जोड़, घटाना, गुणा व भाग करना। **(मासिक मूल्यांकन)**
4.	सितम्बर	**ऐकिक नियम व औसत :** अवधारणा, एक वस्तु की कीमत से अनेक वस्तुओं की कीमत व अनेक से एक वस्तु की कीमत ज्ञात करना, औसत की गणना, इकाइयों के साथ लिखना, शाब्दिक प्रश्नों को हल करना। **(मासिक मूल्यांकन)**
5.	अक्टूबर	**प्रतिशत, लाभ-हानि :** प्रतिशत का अर्थ, प्रतिशत ज्ञात करना, भिन्न व प्रतिशत को परस्पर बदलना, राशि का प्रतिशत ज्ञात करना, दैनिक जीवन में उपयोग, क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ, हानि की गणना, प्रतिशत, लाभ-हानि की गणना करना। **(मासिक मूल्यांकन)**
6.	नवम्बर	**साधारण ब्याज, मुद्रा :** साधारण ब्याज, दर, मूलधन, समय, मिश्रधन को समझना, सूत्र का उपयोग कर ब्याज, मूलधन, मिश्रधन की गणना करना, शाब्दिक प्रश्न हल करना, बेची गई वस्तु का बिल बनाना, मात्रा व दर के आधार पर बिल की जाँच। **अर्द्धवार्षिक मूल्यांकन**
7.	दिसम्बर	**मापन :** वस्तुओं, छोटी दूरी व सरल रेखा, वक्र रेखा को मीटर से.मी. में नापना, भार की मानक इकाई से संबंधित प्रश्न, लीटर, मिली लीटर से संबंधित प्रश्न।
	जनवरी	**समय, परिमाप :** समय की गणना पूर्वाह्न व अपराह्न के बीच करना, समय संबंधी दैनिक समस्याओं का हल, परिमाप व क्षेत्रफल की समझ व दैनिक जीवन की समस्याएँ हल करना। **(मासिक मूल्यांकन)**
8.	फरवरी	**क्षेत्रफल, ज्यामिति आकृतियाँ :** किरण रेखा खण्ड में अंतर कोण, समकोण, न्यूनकोण, अधिक कोण समानान्तर व लम्बवत् रेखा, त्रिभुज की समझ, त्रिभुज के तीनों कोण का योग, 180^0 त्रिज्या व्यास में संबंध, सममित आकृति की पहचान। **(मासिक मूल्यांकन)**
9.	मार्च	**पुनरावृत्ति व वार्षिक मूल्यांकन**

विषय सूची

क्रमांक	पाठ का नाम	पृष्ठ क्रमांक
1.	संख्या पद्धति : एक करोड़ तक की संख्याएँ	1
2.	संख्याओं पर संक्रियाएँ	18
3.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	55
4.	भिन्नात्मक संख्याएँ एवं उन पर संक्रियाएँ	69
5.	दशमलव संख्याएँ एवं उन पर संक्रियाएँ	109
	विविध प्रश्नावली 1	128
6.	ऐकिक नियम	131
7.	औसत	136
8.	प्रतिशत	141
9.	लाभ-हानि	154
10.	साधारण ब्याज (सरल ब्याज)	164
11.	मुद्रा : बिल	174
	विविध प्रश्नावली 2	180
12.	मापन (लम्बाई, वजन, धारिता)	183
13.	समय	199
14.	परिमाप एवं क्षेत्रफल	210
15.	ज्यामितीय आकृतियाँ	219
	विविध प्रश्नावली 3	250
	उत्तरमाला	253

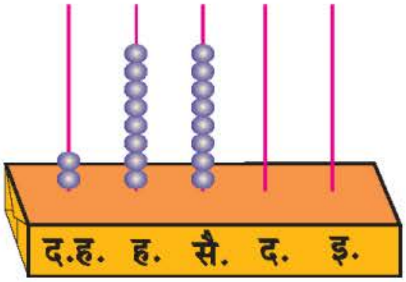
पाठ 1

संख्या पद्धति : एक करोड़ तक की संख्याएँ

आइए सीखें :

- दस हजार से एक करोड़ तक की संख्याओं को शब्दों में, अंकों में लिखना, पढ़ना तथा बोलना।
- 10,100 तथा 1000 के निकटतम संख्याओं की पहचान।
- रोमन संख्याओं से परिचय।
- दस लाख तक की संख्याओं के स्थानीय मान एवं विस्तारित रूप।
- एक लाख तक की संख्याओं में बढ़ता एवं घटता क्रम।
- >, < अथवा = चिह्नों का प्रयोग।
- अल्प विराम लगाकर संख्या को अंकों में लिखना।
- किसी संख्या के पहले, बाद एवं बीच की संख्या पहचान कर लिखना।

कक्षा 4 में हम दस हजार तक की संख्याओं के बारे में जानकारी प्राप्त कर चुके हैं। इस पाठ में हम एक करोड़ तक की संख्याएँ शब्दों और अंकों में लिखना सीखेंगे। किसी यान की चाल अट्ठाइस हजार आठ सौ किलोमीटर प्रति घण्टा थी। अर्थात् 28,800 किलोमीटर प्रति घंटा। इस संख्या को गिनतारे पर निम्नानुसार प्रदर्शित करेंगे।



द.ह. ह. सै. द. इ.
2 8 8 0 0

$= 0 \times 1 = 0$

$= 0 \times 10 = 0$

$= 8 \times 100 = 800$

$= 8 \times 1000 = 8000$

$= 2 \times 10000 = 20000$

संख्या 28,800 अंकों में ....

शब्दों में ....

विस्तारित रूप ....

सबसे बड़ी संख्या		एक जोड़ने पर प्राप्त संख्या
एक अंक की =	9	9 + 1 = 10 दस
दो अकों की =	99	99 + 1 = 100 एक सौ
तीन अंकों की =	999	999 + 1 = 1000 एक हजार
चार अंकों की =	9999	9999 + 1 = 10,000 दस हजार
पाँच अंकों की =	99999	99999 + 1 = 1,00,000 एक लाख
छः अंकों की =	999999	999999 + 1 = 10,00,000 दस लाख
सात अंकों की =	9999999	9999999 + 1 = 1,00,00,000 एक करोड़

एक से एक करोड़ तक की संख्याओं का क्रम निम्नलिखित सारणी के अनुसार होता है

करोड़	लाख		हजार		इकाई		
एक करोड़	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1

इकाई, दहाई, सैकड़ा, …….. में निम्न लिखित संबंध होता है

10 इकाइयाँ = 1 दहाई

10 दहाइयाँ = 1 सैकड़ा

10 सैकड़े = 1 हजार

100 हजार या 10 दस हजार = 1 लाख

100 लाख या 10 दस लाख = 1 करोड़

हम जानते हैं कि चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या 9,999 में 1 जोड़ने पर पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या 10,000 प्राप्त होती है :

	9,999
+	1
	10,000

	10,000
+	1
	10,001

अर्थात् गिनती 10,000; 9,999 के बाद आती है। इसी प्रकार 10,000 में लगातार 1 जोड़ते हुए दस हजार के बाद दस हजार एक, दस हजार दो, दस हजार तीन ... और इसी क्रम में आगे बढ़ती है। इस क्रम में पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या 99,999 में अब 1 जोड़ने पर

	99,999
+	1
	100000

इस प्रकार छः अंकों की सबसे बड़ी संख्या 9,99,999 में 1 जोड़ने पर सात अंकों की सबसे छोटी संख्या 10,00,000 प्राप्त होता है।

	9,99,999
+	1
	10,00,000

प्राप्त संख्या 10,00,000 है।

दी गई संख्या में क्रमशः एक-एक जोड़कर बड़ी से बड़ी संख्या प्राप्त की जा सकती है।

नीचे बनी तालिका भरिए

संख्या शब्दों में	करोड़	लाख		हजार					संख्या
		द.ला.	ला.	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.	अंकों में
उनहत्तर लाख पाँच हजार एक सौ उनतालीस		6	9	0	5	1	3	9	69,05,139
उनचास हजार उन्नीस				....	....	....	....	...	......
....	1	8	9	0	0	7	0	9	.....
....			....	....	....	.....	.....	.....	29,02,403
पाँच लाख तेईस हजार पच्चीस	...	....	....	....	....	.....	....	....	....
....			8	5	9	0	0	7	....
....				.....	.....	......	.....	.....	3,79,005

(अवधि) **अलग–अलग खण्डों के लिए ',' अल्प** विराम चिह्न का प्रयोग किया गया है।

गतिविधि :

बच्चों को सात-सात के समूह में बँट जाने को कहें। शून्य से 9 तक के अंक कार्ड अपने-अपने समूहों में बाँट दें। अब इन्हीं कार्डों की सहायता से सात-सात अंकों की संख्याएँ बनायें।

एक समूह ने संख्या बनायी : 3123459

इसे पढ़ते हैं : इकतीस लाख तेईस हजार चार सौ उनसठ।

इसे विस्तारित रूप में इस प्रकार लिखते हैं

3123459 = 3000000 + 100000 + 20000 + 3000 + 400 + 50 + 9

दूसरे, तीसरे और चौथे समूह ने क्रमशः 2971435, 9375821 और 6230954 संख्याएँ बनायी। अब इन्हें विस्तारित रूप में लिखिए :

2971435 = 2000000 + ... + 70000 + ...+.........+........+.......

9375821 = ...+.........+........+.......+...........+..........+.........

6230954 = 6000000 + ...+........+........+........+........+.........+.......

देवनागरी संख्या पद्धति : अपने देश में प्राचीन काल से यह संख्या पद्धति प्रचलित है। इसमें ०, १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ दस अंक हैं। इस संख्या पद्धति में शून्य तथा स्थानीय मान की विशेषता होने से इन दस अंकों के प्रयोग से कोई भी संख्या सरलता से लिख सकते हैं।

रोमन संख्या पद्धति : संख्या लेखन हेतु रोमन संख्या प्रणाली भी प्राचीन काल से प्रचलित है। बहुत सी घड़ियों के डायलों में रोमन संख्या चिह्न देखने को मिलते हैं। रोमन संख्यांकन प्रणाली में सात मूल प्रतीक हैं।

I (एक), V (पाँच), X (दस), L (पचास), C (एक सौ), D (पाँच सौ), M (एक हजार)

इन्हीं चिह्नों की सहायता से संख्या लेखन किया जाता है। I, X, C, M की पुनरावृत्ति की जाती है किन्तु किसी भी चिह्न की लगातार तीन से अधिक बार पुनरावृत्ति नहीं की जाती है।

छोटे मान की संख्या चिह्न यदि बड़े मान के संख्या चिह्न के बाँई ओर लिखी है तो उसका मान बड़ी संख्या में से घटा दिया जाता है प्रतीक I केवल V और X में से घटाया जाता है तथा प्रतीक X केवल L और C में से घटाया जाता है। इसी प्रकार छोटे मान की संख्या चिह्न यदि बड़े मान की संख्या के दाँई ओर लिखी गई है तो उसे बड़ी संख्या में जोड़ दिया जाता है।

उदाहरण 1 IX = 10 – 1 = 9

X (दस) के बायें I (एक) का चिह्न लिखा है अर्थात् दस में से एक कम। अतः IX (नौ) लिखा गया है।

उदाहरण 2 XI = 10 + 1 = 11

X (दस) के दायें I (एक) का चिह्न लिखा है अर्थात् दस से एक अधिक। अतः XI (ग्यारह) लिखा गया है।

देवनागरी संख्या पद्धति	१	२	३	४	५	६	७	८	९
रोमन संख्या पद्धति	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
हिन्दू-अरेबिक संख्या पद्धिति	1	2	3	4	5	6	7	8	9

देवनागरी संख्या पद्धति	१०	२०	३०	४०	५०	६०	७०	८०	९०	१००
रोमन संख्या पद्धति	X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC	C
हिन्दू अरेबिक संख्या पद्धति	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

देवनागरी संख्या पद्धति	१	५	१०	५०	१००	५००	१०००
रोमन संख्या पद्धति	I	V	X	L	C	D	M
हिन्दू अरेबिक संख्या पद्धति	1	5	10	50	100	500	1000

रोमन संख्या पद्धति में शून्य तथा स्थानीय मान संकल्पना नहीं है। इस पद्धति में संख्या लेखन तथा उन पर संक्रियाएँ करना जटिल है।

अतः हम वर्तमान में सर्वाधिक प्रचलित हिन्दू-अरेबिक संख्यांक पद्धति की विस्तृत जानकारी प्राप्त करेंगे।

हिन्दू-अरेबिक संख्यांक पद्धति : इस संख्या पद्धति में 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 यह कुल दस अंक हैं। इसमें प्रयुक्त अंकों की उत्पत्ति भारत में हुई। भारत से अरब होते हुए ये अंक धीरे-धीरे यूरोप पहुंचे। यूरोपियों ने इन्हें अरबी अंक कहा क्योंकि उन्हें ये अंक अरबियों से मिले किन्तु स्वयं अरब के लोगों ने इन्हें हिन्दू अंक कहा। इस प्रकार यह संख्या पद्धति हिन्दू अरेबिक संख्या पद्धति कहलाती है। (संदर्भ द डिस्कवरी ऑफ इंडिया : पं. जवाहर लाल नेहरू पृ. 174)

संख्यांकों को स्थानीयमान तालिका में लिखने की प्रणाली की खोज भारत में हुई। शून्य की खोज के बारे में ऐतिहासिक तथ्य यह प्रकट करते हैं कि ईसवी सन् के बहुत पहले से भारतीय शून्य के बारे में जानते थे।

शून्य तथा स्थानीयमान इस संख्या पद्धति की विशेषता है। इनकी सहायता से दस अंकों की कोई भी संख्या सरलता से लिखी जा सकती है।

अभ्यास 1.1

1. नीचे लिखी संख्याओं को रोमन संख्या पद्धति में लिखिए

(1) 40 (2) 15 (3) 28 (4) 56 (5) 85

(6) 100 (7) 81 (8) 69 (9) 29 (10) 47

2. नीचे लिखी संख्याओं को हिंदू अरेबिक संख्या पद्धति में लिखिए

(1) LXXX (2) XXIX (3) XIX (4) XXVI (5) XC

(6) XCV (7) L (8) XIV (9) LXV (10) VIII

3. नीचे लिखी संख्याओं को शब्दों में लिखिए

(1) 9542 (2) 11444 (3) 15958 (4) 19300 (5) 67472

(6) 95309 (7) 50051 (8) 99998 (9) 89100 (10) 100001

4. शब्दों में लिखी संख्याओं को अंकों में लिखिए

(1) पाँच हजार तीन सौ नवासी (2) सात हजार एक

(3) नौ हजार नौ सौ नब्बे (4) तेईस हजार तेईस

(5) दस हजार नौ सौ अठासी (6) उनतीस हजार तीन सौ छः

(7) अस्सी हजार आठ सौ (8) इक्यानवें हजार

(9) आठ हजार एक सौ तेरह (10) चौरानवे हजार पाँच सौ सैतीस

5. नीचे दी गई संख्याओं के क्रम की अगली तीन संख्याएँ लिखिए

(1)	73696	73796	73896	....	....	....
(2)	67306	68306	69306	....	....	....
(3)	41805	40805	39805	....	....	....
(4)	50218	50118	50018	....	....	....
(5)	70001	70002	70003	....	....	....

6. नीचे लिखी संख्याओं में □ के अन्दर लिखे अंक का स्थानीय मान ज्ञात कीजिए।

(1) 7[6]09 (2) 614[9]5 (3) 1000[0] (4) [7]999

(5) [2]0996 (6) 100[1]0[1] (7) [1]9988 (8) 20[0]0

(9) 56[0]00 (10) [6]7000

7. नीचे बनी तालिका में लिखी संख्याओं से एक कम व एक अधिक संख्या लिखिए।

	एक कम	संख्या	एक अधिक
(1)	45,444	45,445	45,446
(2)		39,100	
(3)		99,900	
(4)		10,000	
(5)		44,490	
(6)		19881	
(7)		29001	
(8)		29999	
(9)		11001	
(10)		999	

8. दी गई संख्याओं के बीच की संख्या लिखिए

	एक कम	संख्या	एक अधिक
(1)	73209		73211
(2)	88100		88102
(3)	9124		9126
(4)	89887		89889

(5)	73425		73427
(6)	79318		79320
(7)	94996		94998
(8)	85424		85426

9. एक सौ कम करके घटते क्रम में लिखिए।

(1) तीस लाख नौ हजार नौ सौ

(2) ....

(3) ....

(4) ....

(5) ....

(6) ....

(7) ....

(8) ....

(9) ....

(10) ....

10. एक हजार जोड़कर बढ़ते क्रम में लिखिए

(1) पच्चयासी लाख तीस हजार

(2) ....

(3) ....

(4) ....

(5) ....

(6) ....

(7) ....

(8) ....

(9) ....

(10) ....

11. नीचे लिखी (देवनागिरी लिपि) संख्याओं को शब्दों में लिखिए

१८, ३९, ८१, ४४, ५६, ७६, २७, १००, ७८, ४९, ६३, २९, ७७, ९९

12. नीचे लिखी संख्याओं को देवनागिरी लिपि के अंकों से बनी संख्याओं के रूप में लिखिए

1008, 19876, 79700, 41200, 29879, 87498,

10080, 10001, 28101, 44000, 56909, 13800

13. सही समूह बनाकर लिखिए

(1)	१८	56	L
(2)	७९	28	XLVII
(3)	४७	50	XC
(4)	५६	18	LXXIX
(5)	९०	47	LVI
(6)	२८	79	XXVIII
(7)	५०	90	XVIII

14. नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर लिखिए

(1) एक करोड़ में कितने सैकड़े होते हैं?

(2) एक लाख में कितने सैकड़े होते हैं?

(3) एक लाख में कितने हजार होते हैं?

(4) दस लाख में कितने हजार होते हैं?

(5) एक करोड़ में कितने हजार होते हैं?

(6) एक करोड़ में कितने दस हजार होते हैं?

(7) एक हजार में कितने सैकड़े होते हैं?

(8) दस हजार में कितने सैकड़े होते हैं?

(9) एक हजार में कितनी दहाइयाँ होती हैं?

(10) दस हजार में कितनी दहाइयाँ होती हैं?

15. विस्तारित रूप में लिखिए

(1) 423414	(2) 290255	(3) 643663	(4) 719151
(5) 443445	(6) 897903	(7) 376346	(8) 999999
(9) 4003	(10) 50306		

16. नीचे दिए गए विस्तारित रूप की संख्या लिखिए

(1) 9 दस हजार + 6 हजार + 7 दहाई + 9 इकाई

(2) 7 दस लाख + 4 लाख + 7 दस हजार + 4 सैकड़े

(3) 7 लाख + 8 दस हजार + 2 इकाई

(4) 6 लाख + 8 दस हजार + 4 सैकड़े + 3 दहाई + 9 इकाइयाँ

(5) 8 दस हजार + 5 सैकड़े

17. विस्तारित रूप से संख्या बनाकर लिखिए

(1) 70,00,000 + 0 + 80,000 + 3,000 + 600 + 10 + 9

(2) 40,00,000+0+0+500+0+8

(3) 90,00,000 + 1,00,000 + 60,000 + 2,000 + 400 + 80 + 0

(4) 1,00,00,000 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0

(5) 300000 + 70,000 + 1000 + 0 + 20 + 4

(6) 20,00,000 + 700000 + 9000 + 500 + 60 + 1

(7) 9000 + 400 + 30 + 5

(8) 90,00,000 + 100 + 5

(9) 60,00,000 + 6,00,000 + 60000 + 0 + 600 + 60 + 6

(10) 1000 + 0 + 0 + 0

18. संख्या 3,45,917 के सभी अंकों का स्थानीय मान ज्ञात कीजिए।

19. 45,485 में दोनों 5 के स्थानीय मानों को ज्ञात कीजिए।

20. 300111 में आए सभी एक के स्थानीय मानों को ज्ञात कीजिए।

संख्याओं का निकटतम निकटन

हम अपने दैनिक जीवन में कई बार लगभग संख्याओं का प्रयोग करते हैं। सामान्यतः हम वस्तुओं की सही संख्या के बारे में बाते करते हैं, लेकिन कभी-कभी उन संख्याओं के लगभग आकलन की जानकारी भी प्राप्त करते है। ऐसी स्थिति में हम दी गई संख्या का आवश्यकता-नुसार दस, सौ या हजार के निकटतम कर लेते हैं।

यहाँ हम एक उदाहरण लेकर इसी को और अधिक स्पष्ट करते हैं।

यदि किसी पुस्तक में 316 पृष्ठ है और इसका उपयोग हम लगभग 320 के या 300 के निकटतम भी मानते हैं इसमें यदि 10 के निकटतम की बात करेंगे तो संख्या 320 होगी और 100 के निकटतम की स्थिति में यह संख्या 300 होगी।

हम संख्याओं को दस के, सौ के व हजार के निकटतम देखते हैं।

उदाहरण 3. संख्या 4256 के निकटतम निकटन कीजिए

(i) यह संख्या 4250 और 4260 के मध्य है।

यह संख्या 4250 की अपेक्षा 4260 के अधिक निकट है।

(4256 – 4250 = 6, 4260 – 4256 = 4)

अतः 4256 दस के निकटतम निकटन 4260 है।

(ii) इसी प्रकार 100 के निकटतम निकटन के लिये 4256, संख्या 4200 और 4300 के मध्य है

(4256 – 4200 = 56, 4300 – 4256 = 44)

अतः यह संख्या 4300 के अधिक निकट है।

(iii) इसी संख्या को हजार के निकटतम निकटन देखने के लिये यह संख्या 4000 और 5000 के मध्य है और संख्या 4000 के अधिक निकट है।

(4256 – 4000 = 256, 5000 – 4256 = 744)

अतः हम कह सकते हैं कि

संख्या 4256 का

दस के निकटतम में मान है = 4260

सौ के निकटतम में मान है = 4300

हजार के निकटतम में मान है = 4000

याद रखिए :

1. यदि इकाई के स्थान का अंक 5 से छोटा है तो हम संख्या का निकटन नीचे की ओर करते हैं इसके लिये दहाई के अंक को ज्यौं का त्यौं लिख कर ईकाई के स्थान पर शून्य लगा देते हैं।
2. यदि ईकाई के स्थान का अंक 5 या 5 से बड़ा है तो दहाई के अंक में एक जोड़कर लिखते हैं तथा ईकाई के स्थान पर शून्य लिखते हैं।
3. इसी प्रकार दहाई के अंक तथा सैकड़े के अंकों के आधार पर दहाई व सैकड़े के अंकों को भी लिखते हैं।

अभ्यास 1.2

1. दस के निकटतम निकटन लिखिए

(1) 784 (2) 1273 (3) 807 (4) 3885

(5) 10808 (6) 7203 (7) 3479 (8) 8245

(9) 12086 (10) 2569

2. सौ के निकटतम निकटन लिखिए

(1) 1995 (2) 8279 (3) 9054 (4) 2479

(5) 7562 (6) 8991 (7) 6353 (8) 6709

(9) 1197 (10) 3198

3. हजार के निकटतम निकटन लिखिए

(1) 3401 (2) 7900 (3) 11400 (4) 11010

(5) 80499 (6) 80402 (7) 8599 (8) 7566

(9) 1010 (10) 12096

4. संख्या 245 का दस के निकटतम निकटन मान 250 है। उन सभी क्रमागत संख्याओं को लिखिए जिनका निकटतम निकटन मान 250 है।

छोटी संख्या, बड़ी संख्या

छः अंकों की दो संख्याओं में छोटी और बड़ी संख्या जानने के लिए नीचे दिए गए उदाहरणों को देखिए

उदाहरण 4. पहले हम लाख के स्थान के अंकों की तुलना करेंगे।

जैसे : [5,] 32,428 और [8,] 31,214 में

चूँकि $5 < 8$ (पाँच छोटा है आठ से)

अतः $5,32,428 < 8,31,214$

उदाहरण 5. यदि संख्याओं में लाख के स्थान वाले अंक समान हों तो संख्याओं में दस हजार के स्थान के अंकों की तुलना करेंगे।

जैसे : 1,[2]8,234 और 1,[1]8,484 में

$2 > 1$ (दो बड़ा है एक से)

अतः $1,28,234 > 1,18,484$

उदाहरण 6. यदि संख्याओं में दस हजार तक के स्थान के अंक समान हों तो संख्याओं में हजार के स्थान के अंकों की तुलना करेंगे।

जैसे : 8,2[7,] 465 और 8,2[6,] 547 में

$7 > 6$

अतः $8,27,465 > 8,26,547$

उदाहरण 7. यदि संख्याओं में हजार तक के स्थान के अंक समान हों तो संख्याओं में सैकड़े के अंकों की तुलना करेंगे।

जैसे : 2,84,[3]28 और 2,84,[7]14 में

$3 < 7$

अतः 2,84,328 < 2,84,714

उदाहरण 8. यदि संख्याओं में सैकड़े तक के स्थान के अंक समान हों तो संख्याओं में दहाई के स्थान के अंकों की तुलना करेंगे।

जैसे : 2,17,8[3]6 और 2,17,8[1]6 में

$3 > 1$

अतः 2,17,836 > 2,17,816

उदाहरण 9. यदि संख्याओं में दहाई तक के स्थान के अंक समान हों तो संख्याओं में इकाई के स्थान के अंकों की तुलना करेंगे।

जैसे : 3,92,18[7] और 3,92,18[9] में

$7 < 9$

अतः 3,92,187 < 3,92,189

उदाहरण 10. बताइए 8,93,684 और 8,93,784 में कौन सी संख्या बड़ी है। दोनों संख्याओं में लाख, दस हजार एवं हजार के अंक बराबर हैं।

हल : सैकड़े के अंकों की तुलना करेंगे।

8,93, [6]84 और 893, [7]84 में

$6 < 7$

8,93,684 < 8,93,784

अतः 8,93,784 संख्या बड़ी है।

किसी भी संख्या को लिखते समय अलग-अलग खण्डों के लिए **अल्प विराम ','** का प्रयोग करते हैं। अल्प विराम दाएँ से बाएँ लगाते हैं। पहला सैकड़े के बाद फिर हजार खण्ड के बाद फिर लाख खण्ड के बाद क्रमशः इसी तरह आगे बढ़ाते जाते हैं।

जैसे : संख्या तिरेपन लाख चार हजार पच्चीस में

करोड़ का खण्ड	लाख का खण्ड	हजार का खण्ड	सै.द.इ. का खण्ड
	53	04	025

इस तरह पूरी संख्या 53,04,025 लिखते हैं।

अभ्यास 1.3

1. नीचे लिखी संख्या में उचित अल्पविराम लगाइए और पढ़िए

(1) 32894 (2) 1003015 (3) 999999

(4) 4810003 (5) 8183006 (6) 8080018

(7) 9308310 (8) 9000000 (9) 5304025

2. शब्दों में लिखी संख्याओं को अंकों में अल्प विराम लगाते हुए लिखिए

(1) एक लाख पैंतालीस हजार छः सौ अठारह

(2) छः लाख ब्यासी हजार तीन

(3) तेरह लाख सात सौ नौ

(4) चौरानवे लाख तिरासी हजार तीन सौ चौदह

(5) अन्ठानवे लाख

(6) इकतालीस हजार इकतालीस

(7) निन्यानवे लाख पन्द्रह हजार चार सौ पच्चीस

(8) छत्तीस लाख चौदह हजार चार सौ इक्यावन

(9) छः लाख

(10) इकहत्तर लाख तीन हजार सत्रह

3. नीचे दी गई संख्याओं की तुलना कीजिए। इनके बीच में <, > अथवा = में से सही चिह्न लगाइए

(1)	46,431	☐	44,361	(2)	82,142	☐	84,122
(3)	79,323	☐	63,423	(4)	84,194	☐	74,194
(5)	15,662	☐	24,672	(6)	52,085	☐	52,185
(7)	6,74,312	☐	7,64,312	(8)	8,01,884	☐	8,02,365
(9)	48,731	☐	9,48,731	(10)	44,116	☐	30,891
(11)	30,881	☐	30,881	(12)	10,000	☐	10,000

4. नीचे दी गई संख्याओं को पढ़िए और उनके बीच > अथवा < में से सही चिह्न लगाइए

(1) सात लाख आठ सौ बयासी ☐ सात लाख सात सौ बयासी

(2) नब्बे हजार पांच सौ चार ☐ सत्रह लाख दो सौ चार

(3) चार लाख चालीस हजार बारह ☐ सात लाख चौदह हजार दस

(4) आठ लाख बयालीस हजार सात सौ बीस ☐ तीन लाख चौसठ हजार बयासी

(5) सात हजार सात सौ पैंतालीस ☐ तीन लाख चौसठ हजार बयासी

5. नीचे दी गई संख्याओं को बढ़ते क्रम (आरोही क्रम) में लिखिए

(1)	30,435	70,533	20,411	40,623
(2)	44,444	44,044	40,444	40,044
(3)	63,841	63,481	63,148	63,184
(4)	50,060	50,500	55,000	50,006
(5)	20,325	20,825	20,302	90,413

6. नीचे लिखी संख्याओं को घटते क्रम (अवरोही क्रम) में लिखिए

(1)	23,456	34,567	12345	45,678
(2)	40,564	45,064	45,604	40,456
(3)	12,344	12,340	12,304	13,244
(4)	77,770	77,077	77,777	70,777
(5)	61,234	62,134	21,364	12,364

पाठ 2

संख्याओं पर संक्रियाएँ

आइए सीखें

- पाँच एवं छः अंकों की संख्याओं का जोड़ना, घटाना एवं उत्तर की जाँच करना।
- जोड़ने और घटाने के शाब्दिक प्रश्न हल करना।
- तीन अंकों की संख्या से किसी संख्या में गुणा करना।
- दो अंकों वाली संख्या से, चार अंकों वाली संख्या में भाग देना।
- किन्हीं भी दो संक्रियाओं पर आधारित एक या दो चरणों में हल होने वाले मौखिक प्रश्नों को हल करना।
- दो संक्रियाओं पर आधारित एक या दो चरणों में हल होने वाले दैनिक जीवन संबंधी शाब्दिक प्रश्नों को लिखित रूप में हल करना।
- संख्याओं से संबंधित पैटर्न को समझकर आगे बढ़ाना।
- पैटर्न तैयार कर उसका संक्रियाओं के आधार पर सामान्यीकरण करना।

पिछली कक्षा में हमने चार अंकों की दो या तीन संख्याओं का जोड़ सीखा है। आइए इसे दोहराएँ।

अभ्यास 2.1

1. जोड़िए

(1)
```
  4237
+ 1210
______
______
```

(2)
```
  5743
+ 8698
______
______
```

(3)
```
  7777
   777
+   77
______
______
```

2. नीचे लिखे प्रश्नों में खाली स्थान पर सही अंक लिखिए

(1)
```
  8 3 □ 7
+ 1 3 3 □
_________
  □ 6 7 0
_________
```

(2)
```
   5 3 1 4
   □ 2 2 1
+  1 0 □ 2
__________
   8 □ 0 7
__________
```

(3)
```
   7 5 0 1
   □ 3 □ 0
+  □ □ 2 □
__________
   9 6 7 1
__________
```

संख्याओं को जोड़ने पर हम कई प्रकार के वर्ग बना सकते हैं।

8	3	4
1	5	9
6	7	2

ऊपर दिये गये वर्ग को देखिए

1. यह एक वर्ग है।
2. इसमें सभी पंक्तियों का जोड़ 15 है। सभी स्तम्भों का जोड़ भी 15 है। और तिर्यक (विकर्ण) का जोड़ भी 15 ही है।

सोचिए यह कैसे बना?

क्या ऐसे और वर्ग बनाये जा सकते हैं। यदि हाँ तो कैसे?

आइए, हम इसे बनाना सीखें। इसके लिये नीचे दिये गये अंग्रेजी अक्षरों के एक सूत्र के रूप में याद रखिए।

HEB CIG FAD (हैब, सिग, फैड)

विधि

(1) नौ खानों का एक वर्ग खींचकर उसमें A से I तक अक्षरों को दर्शाये अनुसार क्रम में लिखिए

A	B	C
H	I	D
G	F	E

(2) दिए गए सूत्र के प्रत्येक अक्षर के नीचे 1 से 9 तक के अंकों को क्रम से लिखिए

H	E	B	C	I	G	F	A	D
1	2	3	4	5	6	7	8	9

(3) प्रत्येक अक्षर के नीचे जो अंक है, उन्हें ऊपर के चित्र के अनुसार अक्षर के खाने में लिखिए। प्रत्येक तरफ से योग 15 ही है।

8	3	4
1	5	9
6	7	2

(4) H और D के अक्षरों के नीचे अंकों को बढ़ाकर लिख सकते हैं, लेकिन क्रम नहीं बदलना चाहिए।

नीचे दिये गये उदाहरणों से वर्ग बनाइए और योग देखिए।

H	E	B	C	I	G	F	A	D
3	4	5	6	7	8	9	10	11

H	E	B	C	I	G	F	A	D
5	6	7	8	9	10	11	12	13

इसी प्रकार अंक लिखकर नये-नये वर्ग बनाये जा सकते हैं। दी गई संख्याओं से वर्ग बनाकर देखिए कि प्रत्येक का जोड़ कितना है

(i) 9 से 17 (ii) 12 से 20 (iii) 101 से 109

पांच अंकों की संख्याओं का जोड़

पांच अंकों की संख्याओं का जोड़ भी चार अंकों की संख्याओं के जोड़ की तरह किया जाता है।

जोड़िए

उदा. 1

	द.ह.	ह.	सै.	द.	ई.
	1	5	4	3	0
+	1	2	4	2	5
	2	7	8	5	5

उदा. 2

	द.ह.	ह.	सै.	द.	ई.
	2	9	3	4	2
+	6	8	1	5	2
	9	7	4	9	4

उदा. 3 46389 + 14758 जोड़िए

	(1)	(1)	(1)	(1)	
	4	6	3	8	9
+	1	4	7	5	8
	6	1	1	4	7

उदा. 4 52833 + 78859 जोड़िए

	(1)	(1)		(1)	
	5	2	8	3	3
+	7	8	8	5	9
	13	1	6	9	2

छः अंकों की संख्या का जोड़

उदा. 5

	लाख	द.ह.	ह.	सै.	द.	ई.
	(1)		(1)	(1)	(1)	
	5	4	3	7	5	8
+	7	7	0	3	6	2
	13	1	4	1	2	0

उदा. 6

	लाख	द.ह.	ह.	सै.	द.	ई.
		(1)				
	3	2	9	3	4	2
+	4	6	8	1	5	2
	7	9	7	4	9	4

उदा. 7

	(1)	(1)	(1)	(1)	(1)	
	2	8	6	3	8	9
+	9	1	4	7	5	8
	12	0	1	1	4	7

उदा. 8

	(1)	(1)	(1)		(1)	
		5	2	8	3	3
+	3	7	8	8	5	9
	4	3	1	6	9	2

उदा. 9 सात लाख बावन हजार एक सौ सात, सड़सठ हजार नौ सौ बारह तथा नवासी हजार सात सौ दस को जोड़िए।

	(2)	(1)	(1)			
	7	5	2	1	0	7
		6	7	9	1	2
+		8	9	7	1	0
	9	0	9	7	2	9

उत्तर की जाँच : अंकों के जोड़ द्वारा

$7 + 5 + 2 + 1 + 0 + 7 = 22, \; 2 + 2 = 4$

$6 + 7 + 9 + 1 + 2 = 25, \; 2 + 5 = 7$

$8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 25, \; 2 + 5 = 7$

ऊपर की तीनों संख्याओं से प्राप्त अंकों का जोड़ $4 + 7 + 7 = 18, 1 + 8 = 9$

योगफल के अंकों का जोड़ $9 + 0 + 9 + 7 + 2 + 9 = 36, \; 3 + 6 = 9$

दोनों जोड़ 9 के बराबर है। अतः हमारा उत्तर सही है।

अभ्यास 2.2

1. हल कीजिए

(i) 9 5 3 6 2 + 1 0 3 5 8

(ii) 3 4 2 6 8 + 4 6 5 7 3

(iii) 2 3 8 + 8 7 6 3 4 + 7 8 2 6

(iv) 9 9 9 9 9 9 + 1 0 0 0 0 1

2. जोड़िए और उत्तर की जाँच कीजिए

(i)
1 3 2 2 8 1
7 4 3 3 6 8
____

(ii)
3 8 4 9 2 6
4 9 5 4 7 4
____

(iii)
6 3 8 2 5 7
1 4 9 6 6 2
____

(iv)
7 3 4 4 2 2
2 4 6 3 4 3
____

जोड़ना

मौखिक :

शून्यांत संख्या के प्रयोग से जोड़ना जिन संख्याओं के अन्त में (इकाई में) शून्य होता है उन संख्याओं को हम शून्यांत संख्या कहते हैं।

जैसे : 10, 20 ....

100, 200, 300 ..... तथा 110, 240, 350 .... आदि।

इन शून्य वाली संख्याओं में अन्य संख्या जोड़ना सरल होता है।

उदाहरण 10 29 एवं 11 को जोड़िए

$$\begin{array}{r} 29 \\ +\ 11 \\ \hline \end{array}$$

हल : 29 में 11 जोड़ना है।

29 में 1 जोड़ने पर प्राप्त हुआ 30

11 में से 1, 29 में जुड़ गया, बचे 10

अब 30 और 10 = 40

अतः 29 और 11 का जोड़ 40 हुआ।

एक और उदाहरण देखिए

उदाहरण 11. जोड़िए

$$\begin{array}{r} 98 \\ +97 \\ \hline \end{array}$$

हल : मौखिक हल करेंगे

प्रश्न को देखते ही यह बात ध्यान में आती है कि 98 में 2 जोड़ने पर 100 होगा।

97 में से 2, 98 में मिल गये, बचे 95

अब 100 और 95 का जोड़ 195 होगा

अभ्यास 2.3

मौखिक जोड़िए

1. 47 + 13	2. 39 + 41	3. 59 + 21	4. 99 + 98
5. 205 + 95	6. 202 + 198	7. 104 + 96	8. 103 + 297

जोड़ने की एक और विधि

एकाधिक चिह्न (.) बिन्दु का प्रयोग कर जोड़ना।

कक्षा 4 में हमने इस विधि की जानकारी प्राप्त की है।

हम जानते हैं इस विधि में चिह्न (.) बिन्दु को एकाधिक चिह्न के रूप में प्रयोग किया जाता है।

किसी अंक पर (.) बिन्दु लगा है। इसका तात्पर्य है कि उसका एकाधिक करना है।

जैसे : $\dot{4} = 4 + 1 = 5$

$\dot{7} = 7 + 1 = 8$

इसी प्रकार $\dot{0} = 1$

जोड़ने के प्रश्नों में (.) बिन्दु एकाधिक चिह्न का प्रयोग करने से सरलता होती है। जोड़ करते समय बीच में जोड़ अठारह से बड़ा नहीं आता। जोड़ करते समय जैसे ही जोड़ दो अंकों की संख्या प्राप्त होती है वैसे ही दहाई के एक (1) को बायें अंक के ऊपर (.) बिन्दु एकाधिक चिह्न लगाकर छोड़ देते हैं तथा इकाई का अंक लेकर आगे बढ़ते हैं। इकाई स्थान की तरह ही दहाई, सैकड़ा आदि स्थानों पर इसी प्रक्रिया से प्रश्न हल करते हैं।

उदाहरण 12. जोड़िए

$$\begin{array}{r} 459 \\ +\,287 \\ \hline \end{array}$$

हल : प्रथम स्तंभ (इकाई में इकाई)

$9 + 7 = 16$

यहाँ 7 के बायें अंक 8 का एकाधिक ($\dot{8}$) करेंगे तथा 16 के 6 को नीचे लिखेंगे।

$$\begin{array}{r} 459 \\ +\,2\dot{8}7 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

द्वितीय स्तंभ (दहाई में दहाई)

$5 + \dot{8} = 5 + 1 + 8 = 14$

यहाँ 8 के बायें अंक 2 का एकाधिक ($\dot{2}$) करेंगे तथा 14 के 4 को नीचे लिखेंगे।

$$\begin{array}{r} 459 \\ +\,\dot{2}\dot{8}7 \\ \hline 46 \\ \hline \end{array}$$

तृतीय स्तंभ (सैकड़े में सैकड़ा)

$4 + \dot{2} = 4 + 2 + 1 = 7$

यहाँ 7 को नीचे लिखेंगे।

$$\begin{array}{r} 4\;5\;9 \\ +\,\dot{2}\;\dot{8}\;7 \\ \hline 7\;4\;6 \\ \hline \end{array}$$

इस प्रकार योगफल 746 प्राप्त होगा।

उदाहरण 13. जोड़िए

$$\begin{array}{r} 9378 \\ +\ 2895 \\ \hline \end{array}$$

हल : इकाई में इकाई जोड़ें

$$\begin{array}{r} 9378 \\ +\ 28\dot{9}5 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

8 + 5 = 13

13 में प्राप्त हासिल 1 को 5 के बायें अंक 9 पर एकाधिक चिह्न (.) के रूप में रख देंगे। अर्थात् हासिल 1 आते ही बायें अंक का एकाधिक कर देंगे तथा 3 को इकाई के नीचे उत्तर में लिखेंगे।

दहाई में दहाई जोड़े

$$\begin{array}{r} 9\ 3\ 7\ 8 \\ +\ 2\ \dot{8}\ \dot{9}\ 5 \\ \hline 7\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$7 + \dot{9} = 7 + 10 = 17$

17 में प्राप्त हासिल 1 को 9 के बायें अंक 8 पर एकाधिक चिह्न लगा देंगे 7 को नीचे दहाई स्थान पर लिखेंगे।

सैकड़े में सैकड़े जोड़े

$$\begin{array}{r} 9\ 3\ 7\ 8 \\ +\ \dot{2}\ \dot{8}\ \dot{9}\ 5 \\ \hline 2\ 7\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$3 + \dot{8} = 3 + 9 = 12$

8 के बायें अंक 2 पर एकधिक चिह्न (.) बिन्दु लगा देंगे। तथा 12 के 2 को नीचे सैकड़े के स्थान पर लिखेंगे।

हजार में हजार जोड़ें

$$\begin{array}{r} 9\ 3\ 7\ 8 \\ +\ \dot{0}\ \dot{2}\ \dot{8}\ \dot{9}\ 5 \\ \hline 1\ 2\ 2\ 7\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$9 + \dot{2} = 9 + 3 = 12$

2 के बायें 0 पर एकाधिक चिह्न (.) लगायें तथा 2 को नीचे लिखेंगे। दस हजार के स्थान पर $\dot{0} = 1$ है अतः नीचे दस हजार के स्थान पर 1 लिखेंगे।

उदाहरण 14. जोड़िए

हल :

$$
\begin{array}{r}
8\,4\,9 \\
\dot{0}\,\dot{1}\,\dot{5}\,7 \\
6\,\dot{2}\,8 \\
+\,3\,0\,1 \\
\hline
1\,9\,3\,5 \\
\hline
\end{array}
$$

(1) प्रथम स्तंभ (इकाई में इकाई)

9+7 = 16, 7 के बायें अंक पर बिन्दु लगाया, 6 को अगले अंक 8 में जोड़ेंगे।

6+8 = 14, 8 के बायें अंक 2 पर बिन्दु लगायें, 4 को अगले अंक 1 में जोड़ेंगे।

4+1 = 5, उत्तर में नीचे इकाई स्थान पर 5 लिखेंगे।

(2) द्वितीय स्तंभ (दहाई में दहाई)

$4 + \dot{5} = 4 + 1 + 5 = 10$, यहाँ 5 के बायें अंक 1 पर (.) बिन्दु रखेंगे तथा 10 में से बचे 0 में अगला अंक जोड़ेंगे।

$0 + \dot{2} = 0+1+2 = 3$, इस 3 को अगले अंक में जोड़ेंगे।

3 + 0 = 3 नीचे दहाई स्थान पर लिखेंगे।

(3) तृतीय स्तंभ (सैकड़े में सैकड़ा)

$8 + \dot{1} = 8 + 1 + 1 = 10$, 1 के बायें कोई अंक नहीं लिखा है। अतः 1 के बायें 0 (शून्य) लगा कर उस पर (.) बिन्दु लगा देंगे। अब 0 + 6 + 3 = 9 (नीचे सैकड़ा स्थान पर लिखेंगे।)

(4) चतुर्थ स्तंभ (हजार में हजार) इस स्तंभ में $\dot{0}$ है। अतः $\dot{0} = 1$, 1 को नीचे हजार के स्थान पर लिखेंगे।

बीजांक- कक्षा 4 में हमने बीजांक ज्ञात करना सीखा। हम जानते हैं कि किसी संख्या के अंकों का जोड़ एक अंक प्राप्त होने तक हल करने को उसका बीजांक कहते हैं।

(1) जैसे: 867 का बीजांक $8 + 6 + 7 \rightarrow 21$, इक्कीस के अंकों को पुनः जोड़ेंगे

$21 \rightarrow 2 + 1 = 3$, 867 का बीजांक 3 है।

(2) 72485 का बीजांक ज्ञात कीजिए

हल $7 + 2 \rightarrow 9 + 4 \rightarrow 13$, तेरह के अंकों को जोड़ लें,

$1 + 3 = 4$, चार में अगला अंक जोड़ें $4 + 8 \rightarrow 12 \rightarrow 1 + 2 \rightarrow 3$

अब $3 + 5 \rightarrow 8$

72485 का बीजांक 8 है।

(1) बीजांक ज्ञात करते समय जैसे ही दो अंकों की संख्या प्राप्त हों वहाँ तुरन्त उन दोनों अंकों को जोड़ कर एक अंक प्राप्त कर लेना चाहिए। इस अंक में अगले अंकों को जोड़ते हुए बीजांक ज्ञात करना चाहिए।

(2) शून्य और नौ को जोड़ने या छोड़ने से बीजांक में कोई अंतर नहीं आता।

जोड़ की जाँच

संख्याओं के बीजांकों के योग का बीजांक = उत्तर का बीजांक

उदाहरण 15

	जाँच
346	4
222	6
+ 123	6
691	7

जाँच

(1) संख्याओं के बीजांकों के योग का बीजांक

$4 + 6 + 6 \rightarrow 16 = 1 + 6 \rightarrow 7$

(2) उत्तर 691 का बीजांक

$6+9+1 \rightarrow 16 \rightarrow 1+6 \rightarrow 7$

दोनों बीजांक बराबर है। अर्थात् उत्तर सही है।

अभ्यास 2.4

एकाधिक चिह्न (.) बिन्दु के प्रयोग से जोड़िए तथा बीजांक से उत्तर की जाँच कीजिए

(1)	(2)	(3)
3872	2439	8947
1518	1889	7895
0895	3002	3054
+ 2403	+ 0085	+ 7898

उदाहरण 16. एक शहर की जनसंख्या 42,325 और दूसरे शहर की जनसंख्या 30,211 है। दोनों शहरों की कुल जनसंख्या कितनी है।

हल : पहले शहर की जनसंख्या = 42,325

दूसरे शहर की जनसंख्या = 30,211

दोनों शहर की कुल जनसंख्या = 42,325 + 30,211

= 72,536

दोनों शहर की कुल जनसंख्या = 72,536

अभ्यास 2.5

1. रामू ने अपने बैंक खाते में पहले वर्ष ₹ 19,928, दूसरे वर्ष ₹ 18,629 जमा किये उसने दो वर्षों में कुल कितने रुपये जमा किये?
2. एक कम्पनी ने वर्ष 1995 में ₹ 86,054 तथा वर्ष 1996 में ₹ 1,00,032 खर्च किये। बताइए कम्पनी ने दोनों वर्षों में मिलकर कुल कितने रुपये खर्च किये?
3. छः अंकों की सबसे छोटी तथा छः अंकों की सबसे बड़ी संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।
4. एक प्रदेश में 37,456 प्राथमिक शालाएँ, 15,900 माध्यमिक शालाएँ तथा 9,761 उच्च एवं उच्चतर माध्यमिक शालाएँ हैं। बताइए प्रदेश में कुल कितनी शालाएँ हैं?
5. गीता ने ₹125 एवं 60 पैसे. की दाल, ₹ 27 एवं 60 पै. का साबुन, ₹ 84 एवं 90 पै. की शक्कर तथा ₹135 एवं 95 पै. का चावल खरीदा। उसने कुल कितने रुपये का सामान खरीदा?
6. चार लाख बायासी हजार चार तथा पाँच लाख सात हजार तीन सौ को जोड़िए।

घटाना

पिछली कक्षा में हम चार अंकों की संख्याओं का घटाना सीख चुके हैं। आइए इसे दोहराएँ।

अभ्यास 2.6

घटाइए

(1)	(2)	(3)
1000	9858	9000
– 400	– 9604	– 8424
______	______	______

शिक्षण संकेत :– भारत सरकार द्वारा भारतीय मुद्रा 'रुपये' को दर्शाने के लिये प्रतीक चिन्ह ₹ अनुमोदित किया गया है, राशि के उल्लेख के पूर्व रुपये / रुपया हेतु यह प्रतीक चिन्ह लगाने के लिये सभी बच्चों को अवगत करावें।

(4) खाली स्थानों में उचित संख्या लिखिए

(1)

5	3	□
– 2	□	4
□	6	5

(2)

8	0	5	7
– 2	7	□	□
□	3	3	4

(3)

8	2	3	1
– □	□	3	□
3	7	0	0

उदाहरण 17. घटाइए

(1)

	7	13	10	2	17
	~~8~~	~~4~~	~~0~~	~~3~~	~~7~~
–	4	7	6	1	9
	3	6	4	1	8

(2)

5	15	2	11	13	12
~~6~~	~~5~~	~~3~~	~~2~~	~~4~~	~~2~~
– 5	8	1	6	5	9
0	7	1	5	8	3

अभ्यास 2.7

1. घटाइए

(1) 76325 – 64031

(2) 89031 – 29923

(3) 23046 – 19054

(4) 40000 – 30523

2. (1) 45678 में से 32431 को घटाइए।

(2) 636892 में से 234690 को घटाइए।

3. नीचे दिए गए प्रश्नों को हल कीजिए

(1)

			15	12	11	
	6	~~5~~	~~2~~	~~1~~	15	
	~~7~~	~~6~~	~~3~~	~~2~~	~~5~~	8
–	2	7	5	4	6	2
	4	8	7	7	9	6

(2)

	828674
–	123102

(3)	300000 −236721	(4)	587453 −109426

4. नीचे दिए गए प्रश्नों को हल कीजिए

(1) 705837 – 238964 (2) 853212 – 236417

(3) 635000 – 389258 (4) 759000 – 4786

(5) 83856 – 231 (6) 800700 – 570036

5. प्रश्नों को मौखिक हल करके खाली स्थानों में सही संख्या लिखिए

(1) 2200 – 1200 = ☐ (2) 7000 – 200 = ☐

(3) 9999 – 1 = ☐ (4) 9000 – 4000 = ☐

(5) 7900 – 4900 = ☐ (6) 2000 – 1500 = ☐

(7) 7500 – 7000 = ☐ (8) 8555 – 555 = ☐

छः अंकों की संख्या घटाना

उदाहरण 18. 875675 में से 363457 घटाइए

हल : हमने पढ़ा है कि हमेशा बड़ी संख्या में से छोटी संख्या ही घटायी जा सकती है। इसमें बड़ी संख्या 875675 को ऊपर लिखेंगे। संख्या 363453 छोटी है। अतः इसे नीचे लिखेंगे।

	लाख	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
बड़ी संख्या	8	7	5	6	7	5
घटने वाली संख्या –	3	6	3	4	5	3
शेष	5	1	2	2	2	2

अब इस सवाल की जाँच करना कि प्रश्न ठीक हल किया है या नहीं। यह जांचने के लिए कि सही-सही घटाया है या नहीं, घटने वाली संख्या तथा प्राप्त शेष को जोड़कर देखिए दोनों का जोड़ बड़ी संख्या जिसमें से घटाया था उसके बराबर होना चाहिए।

घटने वाली संख्या	363453
शेष	+512222
बड़ी संख्या	875675

क्योंकि यह संख्या वही संख्या है जिसमें से घटाया गया है अतः सवाल ठीक हल किया है।

अभ्यास 2.8

नीचे दिए गए प्रश्नों को हल कीजिए एवं उत्तर की जाँच कीजिए

(1) 634215 − 257161 = ______

(2) 722312 − 415236 = ______

(3) 956007 − 257161 = ______

(4) 429887 − 299996 = ______

(5) 986776 − 245987 = ______

(6) 875487 − 642309 = ______

(7) 987562 − 57871 = ______

(8) 980075 − 378422 = ______

(9) 943262 − 805407 = ______

(10) 875432 − 782102 = ______

नीचे लिखे प्रश्न को ध्यान से देखिए और समझिए।

पहली संख्या	□ 4 3 5 2 □
दूसरी संख्या	− 4 8 2 7 5 3
शेष	2 □ 0 □ 7 5

इस प्रश्न में दिए गए खाली बाक्स को भरने के लिए

1. सबसे पहले हम ऐसी संख्या लेते हैं जिससे 3 इकाइयाँ घटाने पर 5 इकाइयाँ शेष बचती हैं। यह संख्या 8 है। अतः खाली जगह में 8 लिख देंगे।

2. 2 दहाइयों में से 5 दहाइयाँ नहीं घटती हैं अतः सैकड़े में से 1 सैकड़ा हासिल लेने पर 10+2 = 12 दहाइयाँ हो जाती है। अतः 12 दहाइयों में से 5 दहाइयाँ घटाने पर 7 दहाइयाँ शेष रह जाती हैं।

3. चूंकि 5 सैकड़े में से 1 सैकड़ा उधार देने पर 4 सैकड़े रह जाते हैं। 4 सैकड़े में से 7 सैकड़े नहीं घटाए जा सकते हैं अतः हजार में से 1 हजार हासिल लेने पर 14 सैकड़े हो जाते हैं अब 14 सैकड़े में से 7 सैकड़े घटाने पर खाली स्थान में 7 सैकड़े लिखा जायेगा।

4. हजार के स्थान पर ऊपर नीचे 2-2 है, अतः शेषफल शून्य लिख देंगे।

5. दस हजार के स्थान पर 4 दस हजार में से 8 दस हजार नहीं घटाए जा सकते हैं अतः लाख में से संख्या 1 लाख हासिल लेने पर 14 दस हजार हो जाते हैं और 8 दस हजार को घटाने पर खाली स्थान पर 6 दस हजार रह जाते हैं।

6. चूंकि लाख के स्थान से 1 हासिल के रूप में दे चुके हैं अतः घटने वाली संख्या 4 के स्थान पर 5 घटाना होगा। अतः ऐसी संख्या देखेंगे जिससे 5 को घटाने पर 2 शेष रह जाये। वह संख्या 7 है।

अभ्यास 2.9

इन प्रश्नों में खाली जगह में सही अंक लिखिए

(1)
```
  8 □ 5 7 3 □
– □ 4 2 □ 4 6
  ___________
  8 5 □ 3 8 4
```

(2)
```
  8 □ 2 □ 3 2
– □ 4 0 5 □ 0
  ___________
  3 8 2 0 9 2
```

(3)
```
  □ 3 □ 9 □ 0
– 4 □ 7 9 8 □
  ___________
  0 5 4 □ 0 5
```

(4)
```
  5 8 □ 7
– 2 □ 7 9
  _______
  □ 4 5 8
```

(5)
```
  6 □ 9 4 □ 7
– 5 0 □ 6 4 2
  ___________
  □ 2 0 □ 7 □
```

(6)
```
  9 8 7 □
– □ □ 6 5
  _______
  6 4 □ 4
```

(7)

$$\begin{array}{r} 9\square75\square1 \\ -74\square\square29 \\ \hline \square9016\square \\ \hline \end{array}$$

(8)

$$\begin{array}{r} 7832 \\ 2\square\square5 \\ \hline \square907 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 19. एक जिले की जनसंख्या 9,49,756 है तथा दूसरे जिले की जनसंख्या 9,35,986 है बताइए पहले जिले की जनसंख्या दूसरे जिले से कितनी अधिक है?

हल : पहले जिले की जनसंख्या = 949756

दूसरे जिले की जनसंख्या = 935986

$$\begin{array}{r} 949756 \\ -935986 \\ \hline 013770 \\ \hline \end{array}$$

पहले जिले की जनसंख्या दूसरे जिले से 13770 अधिक है। **उत्तर**

उदाहरण 20. एक शक्कर मिल में वर्ष 2005 में 4,68,395 बोरी शक्कर तथा वर्ष 2006 में 5,01,979 बोरी शक्कर का उत्पादन हुआ बताइए वर्ष 2006 में कितने बोरी शक्कर का अधिक उत्पादन हुआ?

हल : वर्ष 2006 में उत्पादन 5,01,979 बोरी शक्कर

वर्ष 2005 में उत्पादन 4,68,395 बोरी शक्कर

$$\begin{array}{r} 501979 \\ -468395 \\ \hline 033584 \\ \hline \end{array}$$

वर्ष 2006 में 33,584 बोरी शक्कर का उत्पादन अधिक हुआ। **उत्तर**

अभ्यास 2.10

1. पानी की एक टंकी में 82600 लीटर पानी भरा है। 3335 लीटर पानी वितरण के बाद टंकी में कितने लीटर पानी शेष रहेगा?

2. छः अंको की सबसे बड़ी तथा छः अंकों की सबसे छोटी संख्या का अन्तर ज्ञात कीजिए।

3. एक उम्मीदवार को चुनाव में 144589 वोट मिले। उसके प्रतिद्वन्दी को 139939 वोट मिले। उम्मीदवार कितने मतों से विजयी रहे।

4. किसी प्रदेश के 3 लाख बच्चों में से 2,12,380 स्कूल जाते हैं शेष उम्र कम होने के कारण स्कूल नहीं जाते। स्कूल न जाने वाले बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।

5. एक शहर की कुल जनसंख्या 2,12750 है उसमें पुरुषों की संख्या 1,07,815 है तो महिलाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

6. संख्या 20,800 प्राप्त करने के लिये 14252 में क्या जोड़ा जाये।

घटाने की एक अन्य विधि एकाधिक चिह्न (.) बिन्दु तथा परममित्र की सहायता से

परममित्र अंक (पूरक अंक) जिन दो अंकों का योग दस होता है, वे आपस में परममित्र कहलाते हैं?

जैसे : 1 का परममित्र 9

2 का परममित्र 8

3 का परममित्र 7

4 का परममित्र 6

5 का परममित्र 5

10 का परममित्र 0 (शून्य) होगा।

विधि : घटाने के प्रश्न हल करने में संख्याओं को देखते ही यह स्पष्ट हो जाता है कि ऊपर का अंक नीचे के अंक से बड़ा है या छोटा है। यदि ऊपर का अंक बड़ा या बराबर है तब घटाने का परममित्र ऊपर के अंक में जोड़ेंगे तथा बायें अंक का एकाधिक करेंगे। यह विधि प्रचलित विधि का ही एक सरलीकृत रूप है।

उदाहरण 21. हल कीजिए तथा उत्तर की जाँच बीजांक से कीजिए।

$$\begin{array}{r} 746 \\ -389 \\ \hline \end{array}$$

हल (1) इकाई में से इकाई

746
-389
7

6 में से 9 नहीं घटता। 9 का परममित्र 1 ऊपर के 6 में जोड़े, प्राप्त हुआ 7, 9 के बायें अंक 8 का एकाधिक करेंगे।

(2) दहाई में से दहाई

746
$-\dot{3}\dot{8}9$
57

दहाई में 4 में से $\dot{8}$=9 नहीं घटता। 9 का परममित्र 1 ऊपर के 4 में जोड़ें प्राप्त हुआ 5, बायें अंक 3 का एकाधिक करेंगे।

(3) सैकेड़े में से सैकड़ा

746
$-\dot{3}\dot{8}9$
357

सैकड़े में ऊपर 7 बड़ा है। नीचे $\dot{3}$=4 छोटा है। अतः 7-$\dot{3}$ = 7-4 = 3 नीचे उत्तर में सैकड़े स्थान पर 3 लिखेंगे।

जाँच :

746	8
-389	2
357	6

जाँच

उत्तर का बीजांक + नीचे की संख्या (घटने वाली संख्या) का बीजांक = ऊपर की संख्या का बीजांक 6 + 2 = 8, अतः उत्तर सही है।

उदाहरण 22. हल कीजिए

8502
$-\dot{3}\dot{9}71$
4531

हल : (1) इकाई में से इकाई 2–1=1 नीचे उत्तर में इकाई स्थान पर लिखेंगे।

(2) दहाई में से दहाई शून्य (0) में से 7 नहीं घटता। अतः यहाँ परममित्र की आवश्यकता 7 का परममित्र 3 को 0 (शून्य) में जोड़ेंगे तथा 7 के बायें अंक 9 का एकाधिक कर देंगे। 0 + 3=3 नीचे दहाई स्थान पर लिखेंगे।

(3) सैकड़े में से सैकड़ा 5 में से $\dot{9}$ =10 नहीं घटता। अतः 10 का परममित्र शून्य (0) को 5 में जोड़ेंगे तथा 9 के बायें अंक 3 का एकाधिक कर देंगे। 5+ 0 =5

नीचे सैकड़े के स्थान पर लिखेंगे।

(4) हजार में से हजार 8 $\dot{3}$=8-4 = 4 नीचे हजार के स्थान पर लिखेंगे।

उत्तर की जाँच :

	8502	6
–	3971	2
	4531	4

उत्तर का बीजांक + नीचे की संख्या (घटने वाली संख्या का बीजांक) = ऊपर की संख्या का बीजांक 4 + 2= 6, उत्तर सही है।

अभ्यास 2.11

एकाधिक चिह्न (.) बिन्दु तथा परममित्र की सहायता से घटाईए तथा उत्तर की जाँच कीजिए।

(1) 642 − 317 = ______

(2) 561 − 238 = ______

(3) 901 − 678 = ______

(4) 853 − 699 = ______

(5) 4567 − 1879 = ______

(6) 7304 − 2899 = ______

गुणा

पिछली कक्षा में हमने दो अंकों वाली संख्याओं का गुणा करना सीखा है। अब हम तीन अंकों वाली संख्याओं से गुणा करना सीखेंगे।

पहले हम दो अंकों की संख्याओं से गुणा दोहराएंगे।

अभ्यास 2.12

1. हल कीजिए

(1) 365 × 10 = ☐ (2) 5012 × 20 = ☐

(3) 3115 × 24 = ☐ (4) 5678 × 50 = ☐

2. एक दर्जन पेन्सिल का मूल्य ₹24 है। 15 दर्जन पेन्सिलों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

3. तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या को दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या से गुणा कीजिए।

उदाहरण 23. 475 x 312 का गुणा कीजिए।

$$\begin{array}{r} 475 \\ \times 312 \\ \hline 950 \\ 4750 \\ +142500 \\ \hline 148200 \end{array}$$

(1) पहले 475 में 2 इकाई से गुणा करते हैं।
गुणनफल 475x2 = 950

(2) 475 में 1 दहाई से गुणा करने पर 475x1 = 475 द.।
हम जानते हैं कि 1 दहाई = 10 ईकाइयाँ
अतः गुणनफल 4750 ई. होगा।

(3) 475 में 3 सैकड़ा से गुणा करने पर
475 × 3 सै. = 1425 सै.
1 सैकड़ा = 100 ईकाईयाँ।
अतः गुणनफल 142500 ईकाईया होगा।

(4) तीनों अंकों के गुणनफल का एक के नीचे एक लिखकर जोड़ने पर 950 + 4750 + 142500=148,200 गुणनफल प्राप्त होगा।

उदाहरण 24.

$$\begin{array}{r} 2343 \\ \times 421 \\ \hline 2343 \\ 46860 \\ +937200 \\ \hline 986403 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2343 & \\ \times (400 + 20 + 1) & \\ 2343 \times 1 & \rightarrow 2343 \\ 2343 \times 20 & \rightarrow 46860 \\ 2343 \times 400 & \rightarrow 937200 \\ \hline & 986403 \\ \hline \end{array}$$

उत्तर की जाँच :

पहली संख्या के अंकों का जोड़ = 2 + 3 + 4 + 3 = 12, 1 + 2 = 3

दूसरी संख्या के अंकों का जोड़ = 4 +2 + 1 = 7

उत्तर के अंकों का योग = 9 + 8 + 6 + 4 + 0 + 3 = 30, 3 + 0 = 3

पहली और दूसरी संख्या के अंकों के योग का गुणा = 3 × 7 = 21 = 2+1 =3

उत्तर के अंकों का योग = 3 अतः 3 = 3

उत्तर सही है। इस विधि से गुणा के सवाल के उत्तर की जाँच की जा सकती है।

अभ्यास 2.13

गुणा कीजिए

(1)	442×200	(2)	5000×195
(3)	2432×124	(4)	4211×432
(5)	765×346	(6)	125×625
(7)	306×103	(8)	419×130
(9)	2325×125		

- किसी संख्या में 100, 200, 300.... का गुणा करने पर दी गई संख्या में क्रमशः 1, 2, 3 ... से गुणा करके गुणनफल के दाहिनी ओर दो शून्य लिखते हैं, जैसे :

$25 \times 100 = 2500$

$26 \times 800 = 26 \times 8 \times 100$

$= 208 \times 100$

$= 20800$

- किसी संख्या में 1000, 2000, 3000.... का गुणा करने पर दी गई संख्या में 1, 2, 3.... का गुणा करके गुणनफल के दाहिनी ओर तीन शून्य लिखते हैं।

उदाहरण 25. एक कूलर का मूल्य ₹3250 है। 325 कूलर का मूल्य ज्ञात कीजिए।

एक कूलर का मूल्य = ₹3250

325 कूलरों का मूल्य = 3250×325

हल :

$$\begin{array}{r} 3250 \\ \times 325 \\ \hline 16250 \\ 65000 \\ +975000 \\ \hline 1056250 \end{array}$$

अतः 325 कूलर का मूल्य ₹10,56,250 होगा।

अभ्यास 2.14

1. मौखिक प्रश्न हल कीजिए

(1) 25 × 10 = ☐	(2) 15 × 9 = ☐
(3) 30 × 3 = ☐	(4) 17 × 7 = ☐
(5) 20 × 5 = ☐	(6) 11 × 8 = ☐

2. एक आम की पेटी में 42 आम आते हैं। ऐसी 265 पेटियों में कुल कितने आम आयेंगे।
3. एक पेटी में 325 पुस्तकें आ सकती हैं ऐसी 35 पेटियों में कुल कितनी पुस्तकें आयेंगी।
4. एक शक्कर कारखाने में एक दिन में 451 बोरे शक्कर का उत्पादन होता है तो 365 दिनों में कुल कितने बोरे शक्कर का उत्पादन होगा?
5. एक हवाई जहाज की गति 755 कि.मी. प्रति घंटा है वह 12 घंटे में कितनी दूरी तय करेगा?
6. एक पानी की टंकी में 4645 लीटर पानी आता है। ऐसी ही 12 टंकियों में कुल कितने लीटर पानी आयेगा?
7. एक कारखाने में प्रति माह 912 साइकिलें तैयार होती है। नौ माह में कितनी साइकिलें बनेंगी?

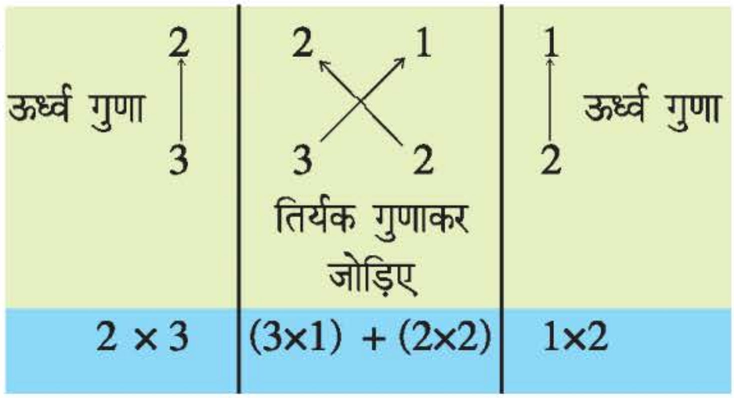
गुणा की एक और विधि (ऊर्ध्व तिर्यक)

कक्षा 4 में हमने ऊर्ध्व तिर्यक विधि से गुणा करना सीखा है। आइए इसे यहाँ पुनः समझने का प्रयास करें

उदाहरण 26. गुणा कीजिए 21 × 32

हल :

 21
 32
 6|7|2



उदाहरण 27. गुणा कीजिए

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times\ 52 \\ \hline \end{array}$$

हल : विधि- ऊर्ध्व तिर्यक

$$\begin{array}{r} 3\,4 \\ \times 5\,2 \\ \hline 1\,7|6|8 \\ 2|\ \ | \end{array}$$

(1)

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 2 \\ \hline 8 \end{array}$$

ऊर्ध्व गुणा कर आठ इकाई में लिखेंगे।

(2)

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ \times 5 \quad 2 \\ \hline (3\times2) + (5\times4) \end{array}$$

तिर्यक गुणाकर जोड़िए

$6 + 20 = 26$

|6 छः को दहाई में लिखेंगे 2 हासिल है।
2|

(3)

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

ऊर्ध्व गुणा कर हासिल है तो उसे भी जोड़ेंगे।

$15 + 2$ (हासिल) $= 17$

उदाहरण 28. ऊर्ध्व तिर्यक विधि से हल कीजिए

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 211 \\ \hline \end{array}$$

हल :

$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 3 \\ \times 2\ 1\ 1 \\ \hline 2|5|9|5|3 \end{array}$$

(संकेत प्रश्न हल करने में सहायक सिद्ध होंगे।)

1	1 2	1 2 3	2 3	3
2	2 1	2 1 1	1 1	1

(1) प्रथम स्तंभ (इकाई स्थान)

ऊर्ध्व गुणा

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 1 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

(2) प्रथम एवं द्वितीय स्तंभ (इकाई एवं दहाई स्थान)

तिर्यक गुणा करेंगे, प्राप्त गुणनफलों का योग

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 11 \\ \hline (2\times1) + (3\times1) \\ \hline \end{array}$$

$= 2 + 3 = 5$

(3) प्रथम द्वितीय एवं तृतीय स्तंभ (इकाई, दहाई एवं सैकड़ा स्थान)

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times\ 211 \\ \hline (1\times1) + (2\times3) + (2\times1) \\ \hline \end{array}$$

बाहर-बाहर का तिर्यक गुणा, मध्य के स्तंभ का उर्ध्व गुणा प्राप्त गुणनफलों का योग

$= 1 + 6 + 2 = 9$

(4) द्वितीय, तृतीय स्तंभ (प्रथम स्तंभ छोड़ें)

तिर्यक गुणा कर प्राप्त गुणनफलों का योग करेंगे।

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 21 \\ \hline (2\times2) + (1\times1) = 4 + 1 = 5 \\ \hline \end{array}$$

(5) तृतीय स्तंभ (प्रथम एवं द्वितीय स्तंभ छोड़ें)

ऊर्ध्वगुणा

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$= 25953$ उत्तर

उदाहरण 29. ऊर्ध्व तिर्यक विधि से हल कीजिए।

$$\begin{array}{r} 345 \\ \times 232 \\ \hline \end{array}$$

हल :

$$\begin{array}{r} 3\,4\,5 \\ \times 2\,3\,2 \\ \hline \end{array}$$

8	0	0	4	0
2	3	2	1	

(1) प्रथम स्तंभ

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 2 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}$$

ऊर्ध्व गुणा

(2)

$$\begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

तिर्यक गुणा कर जोड़िए

$(4\times2) + (3\times5)$

$\Rightarrow 8 + 15 = 23$

$23 + 1$ (हासिल) $= 24$

(3)

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$(3\times2)+(2\times5)+(4\times3)$

प्रथम, द्वितीय एवं तृतीय) स्तंभ चित्रानुसार ऊर्ध्व, तिर्यक गुणा प्राप्त गुणनफल का योग।

$\Rightarrow 6 + 10 + 12 = 28$

$28 + 2$ (हासिल) $= 30$

(4)

$$\begin{array}{cc} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$(3\times3)+(2\times4)$

(द्वितीय एवं तृतीय स्तंभ) प्रथम स्तंभ छोड़ें, तिर्यक गुणा कर जोड़ेंगे।

$\Rightarrow 9 + 8 = 17$

$17 + 3$ (हासिल) $= 20$

(5)

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\ 2 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

तृतीय स्तंभ (प्रथम व द्वितीय स्तंभ छोड़ें)

ऊर्ध्वगुणा

$6 + 2$ (हासिल) $= 8$

$= 80040$ उत्तर

गुणा की जाँच विधि

(प्रथम संख्या का बीजांक × द्वितीय संख्या का बीजांक)

प्राप्त गुणनफल का बीजांक = उत्तर का बीजांक

उदाहरण 30. गुणा के उत्तर की जांच कीजिए

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ 1 \\ \times 1\ 1\ 2 \\ \hline 2|5|8|7|2 \end{array}$$

जाँच : (प्रथम संख्या का बीजांक × द्वितीय संख्या का बीजांक) प्राप्त गुणनफल का बीजांक = उत्तर का बीजांक)

(1) $6 \times 4 = 24$ गुणनफल 24 का बीजांक 6 है।

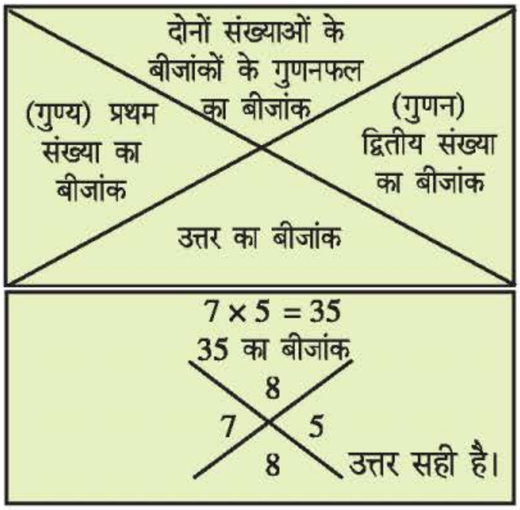
(2) उत्तर का बीजांक 6 है। अतः उत्तर सही है।

उदाहरण 31. गुणा के उत्तर की जाँच कीजिए

$$\begin{array}{r} 2\,4\,1 \\ \times 1\,3\,1 \\ \hline 3|1|5|7|1 \\ 1|1|\ \ |\ \ | \end{array}$$

उत्तर : 31571

जाँच



उदाहरण 32. गुणा के उत्तर की जाँच कीजिए

		3	3	4
		5	1	2
17	1	0	0	8
2	3	1		

जाँच

	8	
1	×	8
	8	

17 1 0 0 8 उत्तर सही है

अभ्यास 2.15

ऊर्ध्व तिर्यक विधि के प्रयोग से सीधे एक पंक्ति में उत्तर लिखिए तथा उत्तर की जाँच बीजांक से कीजिए।

(1) 12×22 (2) 32×21 (3) 61×21

(4) 43×42 (5) 45×85 (6) 88×22

(7) 122×211 (8) 121×212 (9) 322×211

(10) 511×224 (11) 333×222 (12) 555×555

भाग

पिछली कक्षा में हम तीन अंकों की संख्या से भाग देना सीख चुके हैं। आइए इसकी पुनरावृत्ति करें।

अभ्यास 2.16

हल कीजिए

(1) $72 \div 9$ (2) $180 \div 5$

(3) $188 \div 4$ (4) $261 \div 9$

(5) स्तम्भ A से भागफल और शेषफल की स्तम्भ B में दिये गये भागफल और शेषफल की सही जोड़ियाँ चुनकर रिक्त स्थान भरिए।

स्तम्भ A			स्तम्भ B		
				भागफल	शेष
(1)	$3695 \div 10$	☐ ☐	(1)	19	07
(2)	$2008 \div 4$	☐ ☐	(2)	30	03
(3)	$235 \div 12$	☐ ☐	(3)	369	05
(4)	$333 \div 11$	☐ ☐	(4)	502	00

- किसी भी संख्या से शून्य में भाग देने पर भागफल सदा शून्य ही रहता है।

  $0 \div 5 = 0, \quad 0 \div 15 = 0$
- किसी संख्या में शून्य से भाग देने पर भागफल परिभाषित नहीं होता है।

  $\frac{5}{0}, \frac{15}{0}$ आदि परिभाषित नहीं है।
- किसी संख्या में 1 से भाग देने पर भागफल वही संख्या होती है।

  $25 \div 1 = 25, \quad 100 \div 1 = 100$
- शून्य के अतिरिक्त किसी भी संख्या में उसी संख्या से भाग देने पर भागफल 1 प्राप्त होगा।

  $15 \div 15 = 1, \quad 28 \div 28 = 1$ आदि

अब नीचे दिए गए उदाहरण को देखे और समझे

उदाहरण 33. $6757 \div 24$

$$\begin{array}{rrl} & 0281 & \leftarrow \text{भागफल} \\ \text{भाजक} \quad 24) & 6757 & \leftarrow \text{भाज्य} \\ & -48 & \\ \hline & 195 & \\ & -192 & \\ \hline & 0037 & \\ & -24 & \\ \hline & 13 & \text{शेषफल} \\ \hline \end{array}$$

भाज्य	= 6757
भाजक	= 24
भागफल	= 0281
शेषफल	= 13

इस प्रश्न में

(1) सबसे पहले 6 में 24 का भाग दीजिए। चूंकि 24 संख्या 6 से बड़ी है अतः भाग नहीं जाता। अतः 67 में 24 का भाग देते हैं। 67 में 24 का भाग 2 बार जाता है क्योंकि $24 \times 2 = 48$, संख्या 67 से कम है।

(2) 67 में दो बार भाग जाता है और इस 2 को सैकड़े के ऊपर भागफल में लिखते हैं।

(3) $67 - 48 = 19$ बचा। अब दहाई का अंक 5 उतारो, संख्या बनी 195 अब 24 का 195 में भाग 8 बार जाता है, क्योंकि $24 \times 8 = 192$ आता है जो कि 195 से कम है। इस 8 को ऊपर भागफल के दहाई के स्थान पर रख दीजिए।

(4) $195 - 192 = 3$ दहाइयाँ बचीं। अब ऊपर से 7 इकाइयाँ उतारने पर 37 इकाइयाँ हो जाती हैं। अब 24 का 37 में एक बार ही भाग जाता है। इस 1 को ऊपर भागफल में इकाई के स्थान पर लिखेंगे तथा $37 - 24 = 13$ शेषफल होगा।

उत्तर की जाँच (भाजक × भागफल) + शेषफल = भाज्य

$$24 \times 281 + 13 = 6757$$

$$6744 + 13 = 6757$$

$$6757 = 6757$$

अतः हल सही है

भाग के उत्तर की जाँच की अन्य विधि

इस उदाहरण को देखिए

उदाहरण 34 $498 \div 13$

हल :

भाजक	भाज्य	भागफल
13	498	38

$$\begin{array}{r} 498 \\ -39 \\ \hline 108 \\ -104 \\ \hline 004 \end{array}$$ शेषफल

जाँच : भाज्य का बीजांक = (भागफल का बीजांक × भाजक का बीजांक)+ शेषफल का बीजांक

$3 \rightarrow (2x4) + 4$

$\rightarrow 8 + 4$

$\rightarrow 12$

$\rightarrow 3$

3 = 3 अर्थात् उत्तर सही है।

उदाहरण 35. एक दुकानदार ने 4525 नारंगिया खरीदी और उन्हें एक जैसे 25 डिब्बों में रखा। प्रत्येक डिब्बे में कितनी नारंगियाँ है।

हल : नारंगियों की कुल संख्या = 4525

डिब्बों की संख्या = 25

एक डिब्बे में नारंगियों की संख्या = $4525 \div 25$

$$\begin{array}{r|l} & 0181 \\ \hline 25 & 4525 \\ & -25 \\ \hline & 202 \\ & -200 \\ \hline & 0025 \\ & -25 \\ \hline & 00 \end{array}$$

एक डिब्बे में नारंगियों की संख्या = 181

उदाहरण 36. एक दुकानदार के पास 2598 किग्रा आलू है। वह उन्हें 23 बोरों में बराबर बराबर रखता है। प्रत्येक बोरे में रखे गये आलू का वजन तथा शेष आलू का वजन ज्ञात कीजिए।

हल : दुकानदार के पास कुल आलू = 2598 किग्रा.

उपयोग किये गये बोरों की संख्या = 23

प्रत्येक बोरे में रखे गये आलू का वजन = ?

$$
\begin{array}{r}
0112 \\
23\overline{)2598} \\
-23 \\
\hline
029 \\
-23 \\
\hline
068 \\
-46 \\
\hline
22
\end{array}
$$

एक बोरे में रखे गए आलू का वजन = 112 कि.ग्रा.

शेष बचे आलू का वजन = 22 कि.ग्रा.

अभ्यास 2.17

(1) भाग दीजिए और उत्तर की जाँच कीजिए।

(1) 8645 ÷ 92	(2) 6857 ÷ 17
(3) 5240 ÷ 20	(4) 2395 ÷ 23
(5) 1239 ÷12	(6) 4150 ÷ 89

(2) एक ही आकार की 6400 पुस्तकें एक जैसी 32 अलमारियों में रखी जाती है। प्रत्येक अलमारी में पुस्तकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(3) 20 मजदूर मिलकर एक दिन में ₹1640 मजदूरी प्राप्त करते हैं। प्रत्येक मजदूर को कितनी मजदूरी मिलेगी?

(4) एक अगरबत्ती के पैकेट का वजन 70 ग्राम है। 3 किलो 500 ग्राम वजन में से कितने अगरबत्ती के पैकेट बनाये जा सकते हैं।

(5) एक बाग में 45 कतारों में 3240 पौधे लगे हुए हैं। यदि प्रत्येक कतार में बराबर पौधे लगे है तो प्रत्येक कतार में कितने पौधे है?

(6) 7425 में 82 का भाग देने पर कितना शेषफल बचेगा?

(7) एक अभ्यास पुस्तिका बनाने के लिये 40 पृष्ठों की आवश्यकता पड़ती है तो 4000 पृष्ठों से कितनी अभ्यास पुस्तिकाएँ बनेंगी?

(8) यदि भाजक 48, भागफल 403 तथा शेष 5 है तो भाज्य ज्ञात कीजिए।

अभ्यास 2.18

मौखिक हल कीजिए

(1) सुरेश ने 10 रुपये प्रति किलोग्राम के हिसाब से 3 किलोग्राम चावल तथा 8 रुपये प्रति किलोग्राम के हिसाब से 2 किलोग्राम गेहूँ खरीदा। बताइए उसने कितने रुपये खर्च किए?

(2) आशु ₹ 50 लेकर बाजार गई। उसने ₹10 की सब्जी तथा ₹20 की पूजन सामग्री खरीदी। बताइए उसके पास कितने रुपये शेष बचे?

(3) दीक्षांत के पास ₹ 10-10 वाले 6 नोट थे। उसने आधी राशि अपनी बहिन को दे दी। अब उसके पास कितने रुपये बचे?

(4) सतीश ने ₹90 की तीन पुस्तकें खरीदीं। यदि एक पुस्तक ₹ 20 की और दूसरी पुस्तक ₹ 30 की खरीदी तो तीसरी पुस्तक की कीमत बताइए?

(5) प्रिया ने 5 ली. दूध खरीदा उसमें से 2 ली. दूध खर्च हो गया। शेष बचे दूध को उसने 3 शीशियों में बराबर-बराबर भर दिया। बताइए उसने प्रत्येक शीशि में कितना दूध भरा?

उदाहरण 37. दिनेश ने ₹7125 में तीन गायें खरीदीं। यदि एक गाय ₹1385 की और दूसरी ₹2150 की खरीदी हो तो तीसरी गाय की कीमत ज्ञात कीजिए?

हल : पहली गाय की कीमत = ₹1385

दूसरी गाय की कीमत = ₹2150

$$\begin{array}{r} ₹1385 \\ +\ 2150 \\ \hline \end{array}$$

दोनों गायों की कीमत = ₹3535

तीनों गायों की कुल कीमत = ₹7125

तीसरी गाय की कीमत

$$\begin{array}{r} 7125 \\ -\ 3535 \\ \hline ₹\ 3590 \\ \hline \end{array}$$

तीसरी गाय की कीमत ₹3590 है। उत्तर

उदाहरण 38. राबर्ट ₹1,25,000 लेकर शहर गया। उसने ₹5,480 प्रति नग के हिसाब से 15 कूलर खरीदे। शेष रुपयों से उसने दैनिक उपयोग की अन्य सामग्री खरीदी। बताइए उसने दैनिक उपयोग की सामग्री कितने रुपयों में खरीदी?

हल : 1 कूलर की कीमत ₹5480

15 कूलरों की कीमत 5480×15

$$\begin{array}{r} 5480 \\ \times\ 15 \\ \hline 27400 \\ +\ 54800 \\ \hline ₹\ 82200 \\ \hline \end{array}$$

राबर्ट के पास कुल	₹ 1,25,000
15 कूलरों की कीमत	− 82,200
शेष बचे	₹ 42,800

₹42800 की अन्य सामग्री खरीदी। उत्तर

उदाहरण 39. किसी कार्य के लिये 25,500 लीटर पेट्रोल का एक टेंकर मँगवाया गया। इसमें से 5,500 लीटर पेट्रोल ड्रमों में भर दिया गया। शेष पेट्रोल में से 40 लीटर पेट्रोल प्रत्येक गाड़ी में डाला गया। ज्ञात कीजिए कुल कितनी गाड़ियों में पेट्रोल डाला गया?

हल : टेंकर में कुल पेट्रोल 25,500 लीटर

ड्रमों में भरा गया पेट्रोल 5,500 लीटर

$$\begin{array}{r} 25{,}500 \\ -\ 5{,}500 \\ \hline \end{array}$$

शेष पेट्रोल 20,000 लीटर

प्रत्येक गाड़ी में डाला गया पेट्रोल = 40 लीटर

अतः कुल गाड़ियों की संख्या = 20,000 ÷ 40

$$\begin{array}{r} 500 \\ 40\overline{)20000} \\ -200 \\ \hline 00000 \\ \hline \end{array}$$

कुल गाड़ियों की संख्या = 500

अतः कुल 500 गाड़ियों में पेट्रोल डाला गया। उत्तर

अभ्यास 2.19

हल कीजिए

1. शिवानी ने एक भूखण्ड ₹ 75,000 में खरीदा। उसने ₹30,000 नींव भरने में खर्च किए। यदि वह अपने भूखण्ड को ₹ 1,45,000 में बेच दे, तो उसे कितना लाभ होगा?

2. एक व्यापारी ने ₹ 975 प्रति क्विंटल के भाव से 135 क्विंटल चने, ₹ 740 प्रति क्विंटल के भाव से 290 क्विंटल गेहूँ खरीदा। बताइए, उसने कुल कितने रुपये का अनाज खरीदा?

3. 2475 लीटर तेल वाले एक टेंकर से 145 लोगों को 15-15 लीटर बाँट देने के बाद टेंकर में कितना तेल बचेगा?

4. वाहिद के बाग में आम के तीन पेड़ हैं। उसने एक पेड़ से 3450 आम दूसरे से 4320 आम तथा तीसरे से 4280 आम तोड़े। यदि इन आमों की पचास-पचास की थैलियाँ बनाईं हों तो बताओ कितनी थैलियाँ उपयोग में लाई गई होंगी?

5. कमला के पास ₹50 वाले 18 नोट थे। उसने दूकानदार से इनके बदले में 20-20 के नोट ले लिए। बताइए, कमला को दूकानदार 20-20 के कितने नोट देगा?

6. मैरी ने ₹800 प्रति क्विंटल के भाव से 25 क्विंटल गेहूँ बेचकर उन्हीं रुपयों से ₹1000 प्रति क्विंटल के भाव से चॉवल खरीदा। बताइए मैरी ने कितने क्विंटल चावल खरीदा?

7. गुरमीत को प्रतिमाह ₹4570 वेतन मिलता है। यदि वह एक वर्ष में ₹ 34,625 भोजन एवं अन्य कार्यों पर खर्च करता है। बताइए वह कितने रुपये की बचत करता है?

संख्याओं के पैटर्न की समझ

उदाहरण 40. (अ) 2, 4, 6 .....
(ब) 2, 5, 8 ....

(अ) प्रत्येक संख्या पिछली संख्या से 2 अधिक है।
(ब) प्रत्येक संख्या पिछली संख्या से 3 अधिक है।

हल :

(अ) हमने देखा कि संख्या 2 के बाद 4 और 4 के बाद 6 आया है। इस प्रकार आगे आने वाली संख्या 2-2 जोड़कर बनाई जा सकती है।

अतः 2, 4, 6, 8, 10, 12 .....

(ब) हम देखते हैं कि 2 के बाद 5 और 5 के बाद 8 आया है। इस प्रकार आगे आने वाली संख्या 3-3 जोड़कर बनाई जा सकती है।

अतः 2, 5, 8, 11, 14 ..... है।

उदाहरण 41.

(अ) 10, 9, 8, ...
(ब) 100, 90, 80 ...

(अ) प्रत्येक संख्या अपनी पहली संख्या से 1 कम है।
(ब) प्रत्येक संख्या अपनी पहली संख्या से 10 कम है।

हल :

(अ) हम देखते हैं कि संख्या 10 के बाद 9 और 9 के बाद 8 है। इस प्रकार आगे आने वाली संख्या 1-1 घटाकर बनाई जा सकती है।

10, 9, 8, 7, 6, 5 ....

(ब) हम देखते हैं कि 100 के बाद 90 और 90 के बाद 80 आता है। इस प्रकार आगे आने वाली संख्या 10-10 घटाकर बनाई जा सकती है।

100, 90, 80, 70, 60, 50......

उपरोक्त दोनों उदाहरणों में हम देखते हैं कि संख्याओं को जोड़कर या घटाकर अनेक प्रकार से लिखा जा सकता है।

इसे संख्याओं का पैटर्न कहते हैं।

अभ्यास 2.20

आगे की तीन संख्याएँ लिखिए

(1) 25, 30, 35, ...

(2) 245, 290, 335, ...

(3) 50, 45, 40, ...

(4) 1000, 900, 800, ...

उदाहरण 42. (अ) 2, 4, 8, 16, ...

(ब) 2, 10, 50, 250 ....

हल : (अ) हम देखते हैं कि संख्या 2 के बाद 4 और 4 के बाद 8 और 8 के बाद 16 आया है। इस प्रकार आने वाली संख्या 2 का गुणा कर प्राप्त की जा सकती है।

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 ......

(ब) हम देखते हैं कि संख्या 2 के बाद 10 और 10 के बाद 50 और 50 के बाद 250 आया है। इस प्रकार आने वाली संख्या 5 का गुणा कर प्राप्त की जा सकती है।

2, 10, 50, 250, 1250, 6250 ....

इस प्रकार उदाहरण 30 गुणन संख्याओं का पैटर्न है।

उदाहरण 43. (अ)200, 100, 50 ....

(ब) 297, 99, 33 ....

हल : (अ) हम देखते हैं कि 200 के बाद 100, और 100 के बाद 50 आया है। इस प्रकार आगे आने वाली संख्या 2 का भाग देने से बनाई जा सकती है।

200, 100, 50, 25, ...

(ब) हम देखते हैं कि 99 के बाद 33 और 33 के बाद 11 आया है। इस प्रकार आगे की संख्या 3 का भाग देने से प्राप्त की जा सकती है।

297, 99, 33, 11, ...

अभ्यास 2.21

आगे की दो संख्याएँ लिखिए

(1) 15, 30, 60, ..., ...

(2) 50, 150, 450, ..., ...

(3) 2, 6, 10, ..., ...

(4) 5000, 1000, 200, ..., ...

(5) 2048, 512, 128, ..., ...

11 का पहाड़ा बनाने में 11 को 10 + 1 लिखते हैं।

पहाड़ा 10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11 पहाड़ा (10+1)	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110

19 का पहाड़ा

10 का पहड़ा	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9 का पहाड़ा	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
19 पहाड़ा (10+9)	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190

शिक्षक संकेत

1. इसी प्रकार 10, 20, 30, ... 90 की सहायता से 99 तक के पहाड़े बनाये जा सकते हैं।
2. पैटर्न समझाने के लिये चित्रों की सहायता भी ली जा सकती है।

पाठ 3

लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

आए सीखें

- अपवर्त्य और अपवर्तक की अवधारणा का पुनरावलोकन।
- दो अंकों की दो या तीन संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य निकालना।
- दो अंकों की दो या तीन संख्याओं का महत्तम समापवर्तक निकालना।

पिछली कक्षा में हम गुणज और गुणनखण्डों के बारे में सीख चुके हैं। हम भाज्य, अभाज्य संख्याओं और विभाज्यता की परख के बारे में भी जान चुके हैं। आइए इनको दोहरा लें।

दिए गए 2, 3 और 7 के पहाड़े पर विचार कीजिए :

2	3	7
4	6	14
6	9	21
8	12	28
10	15	35
12	18	42
14	21	49
16	24	56
18	27	63
20	30	70

2, 3 और 7 के पहाड़े क्रम से 2, 3 और 7 के प्रथम 10 गुणज है। 2 के गुणज निकालने के लिये प्राकृत संख्याओं 1, 2, 3, 4... को 2 से गुणा करते हैं। 3 के गुणज निकालने के लिए प्राकृत संख्याओं 1, 2, 3, 4... को 3 से गुणा करते हैं। 7 के गुणज निकालने के 1, 2, 3, 4 ..... को 7 से गुणा करते हैं। प्राकृत संख्याएँ अनंत है अतः किसी संख्या के गुणज भी अनंत होंगे। हम यह भी जानते हैं कि प्रत्येक संख्या 1 का गुणज है। प्रत्येक संख्या स्वयं का एक गुणज है। अतः

- किसी संख्या को किसी प्राकृत संख्या से गुणा करने पर गुणनफल उस संख्या का गुणज कहलाता है।
- किसी संख्या के गुणज अनंत होते हैं।
- प्रत्येक संख्या स्वयं का एक गुणज होती है।
- प्रत्येक संख्या 1 का गुणज होती है।

अब आप नीचे दी गई संख्याओं के 5-5 गुणज लिखिए।

5	5	10	15	20	25
8	8	16	24	32	40
9	9	18	27	36	45
11	11	22	33	44	55
15	15	30	45	60	75

गुणनखण्ड

हम जानते हैं कि :

$16 = 1 \times 16$ यहाँ 1 और 16 संख्या 16 के गुणनखण्ड है।

$16 = 2 \times 8$ यहाँ 2 और 8 संख्या 16 के गुणनखण्ड हैं।

$16 = 2 \times 2 \times 4$ यहाँ 2, 2 और 4 संख्या 16 के गुणनखण्ड हैं।

यहाँ 1, 2, 4, 8 और 16 संख्या 16 के सभी संभव गुणनखण्ड है। दूसरे शब्दों में दी गई संख्या जिन संख्याओं से पूरी-पूरी तरह भाज्य हो, संख्याएँ दी गई संख्या का गुणनखण्ड कहलाता हैं।

इसी प्रकार 24 के सभी संभव गुणनखण्ड 1, 2, 3, 4, 6 12 और 24 है। जब हम 1 और 24 को छोड़ दें तो 24 के अभाज्य गुणनखण्ड $2 \times 2 \times 2 \times 3$ है।

क्योंकि $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ है।

भाज्य और अभाज्य संख्याओं के बारे में भी हम सीख चुके हैं।

अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11, 13.... आदि।

भाज्य संख्याएँ 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 ... आदि।

उपरोक्त चर्चा से यह निष्कर्ष निकलता है कि

- दी गई संख्या स्वयं और 1 के अलावा जिन संख्याओं से भाज्य हो, वे संख्याएँ गुणनखण्ड कहलाती है।
- जो संख्याएँ स्वयं और 1 के अलावा किसी भी अन्य संख्या से पूरी-पूरी भाज्य न हो वे अभाज्य संख्याएँ कहलाती है।
- दी गई संख्या के सभी गुणनखण्ड अभाज्य हों तो ये अभाज्य गुणनखण्ड कहलाते हैं।
- जो संख्याएँ स्वयं और 1 के अलावा किसी अन्य संख्या से भाज्य हों तो वे संख्याएँ भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।
- 1 न तो भाज्य संख्या है और न ही अभाज्य संख्या।
- 2 से विभाज्यता की परख : यदि किसी संख्या का इकाई अंक सम या 0 (शून्य) हो तो वह संख्या 2 से भाज्य होती है।
- 3 से विभाज्यता की परख : यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से भाज्य हो तो संख्या भी 3 से भाज्य होती है।
- 5 से विभाज्यता की परख : यदि किसी संख्या के इकाई स्थान पर 0 अथवा 5 हो तो संख्या 5 से भाज्य होती है।

लघुत्तम समापवर्त्य

रमेश और रफीक दो मित्र हैं। दोनों पड़ौसी भी हैं और सहपाठी भी। एक दिन रमेश ने कहा मैं अपनी बगिया में गुलाब के पौधे लगाना चाहता हूँ। रफीक ने कहा मैं अपनी बगिया में बड़े फूलों वाले गेंदा के पौधे लगाना चाहता हूँ। दोनों ने सरकारी पौधशाला से अच्छे पौधे खरीदने का निश्चय किया।

दोनों पौधशाला जाते हैं। उनको पता चलता है कि गुलाब के एक पौधे का दाम 14 रुपये है। गेंदा के एक पौधे का दाम 10 रुपये है। दोनों ने यह भी तय किया कि पौधे खरीदने पर

- बराबर रुपए खर्च करेंगे।
- कम से कम रुपये लेकर जाएंगे।
- पौधे खरीदने के बाद रुपए भी नहीं बचें।

दोनों सोचते रहे, लेकिन तय नहीं कर पाए कि कितने रुपए लेकर जाएँ।

दोनों ने अपनी समस्या शिक्षक को बताया। शिक्षक ने कुछ सोचकर बताया तुम कम से कम 70 रुपए लेकर जाओ। दोनों को आश्चर्य हुआ। उन्होंने पूछा आपने कैसे बता दिया? शिक्षक बोले 14 और 10 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालकर बता दिया। दोनों ने पूछा यह लघुत्तम समापवर्त्य क्या है और इसे कैसे निकालते हैं? शिक्षक ने कहा कक्षा में चलिए आज इसी पर बात करते हैं।

गुलाब का	1 पौधा खरीदने पर 14 रुपए
	2 पौधे खरीदने पर 28 रुपए
	3 पौधे खरीदने पर 42 रुपए लगते हैं।

अतः गुलाब के पौधे खरीदने के लिए आवश्यक रुपए 14 के गुणज या अपवर्त्य में होंगे। इसी प्रकार गेंदा के पौधे खरीदने के लिए जरूरी रुपए 10 के गुणज (अपवर्त्य) में होंगे।

14 के गुणज (अपवर्त्य) 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140....

10 के गुणज (अपवर्त्य) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140...

बराबर रुपए खर्च करने के लिए समान अपवर्त्य होते हैं :

14 और 10 के समान अपवर्त्य 70, 140, 210

कम से कम रुपयों के लिए सबसे छोटा समान अपवर्त्य अर्थात् लघुत्तम समापवर्त्य लेते हैं। यहाँ यह 70 है।

अतः 14 और 10 का ल.स. = 70

आइए हम तीन संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य निकालते हैं।

उदाहरण 1 2, 3, और 4 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

हल : पहले हम 2, 3, 4 के अपवर्त्य लिखते हैं।

2 के अपवर्त्य 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 ....

3 के अपवर्त्य 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.....

4 के अपवर्त्य 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 ....

2, 3, 4 के समान अपवर्त्य 12, 24, 36, 48 .....

सबसे छोटा समान अपवर्त्य = 12

अतः लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) = 12

लघुत्तम समापवर्त्य ऐसी छोटी से छोटी संख्या है जो दी गई संख्याओं से पूरी-पूरी भाज्य है।

उपरोक्त चर्चा से यह निष्कर्ष निकलता है कि -

- गुणज को हम अपवर्त्य भी कहते हैं।
- किसी संख्या से प्राकृत संख्याओं को गुणा करने पर गुणनफल को उस संख्या के अपवर्त्य कहते हैं।
- किसी संख्या के अपवर्त्य अनंत होते हैं।
- प्रत्येक संख्या स्वयं का एक अपवर्त्य होती है।
- प्रत्येक संख्या 1 का अपवर्त्य होती है।
- लघुत्तम समापवर्त्य का अर्थ है सबसे छोटा समान अपवर्त्य।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) ऐसी छोटी से छोटी संख्या है, जो दी गई संख्याओं से पूरी-पूरी भाज्य हो।

गुणनखण्ड विधि द्वारा लघुत्तम समापवर्त्य

हम लघुत्तम समापवर्त्य की अवधारणा को समझ चुके हैं। उसके शाब्दिक अर्थ के आधार पर लघुत्तम समापवर्त्य की हमने गणना की है। ल.स. निकालने की गुणनखण्ड विधि में संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड निकालकर ल.स. की गणना की जाती है। इस विधि में भी गुणनखण्डों के द्वारा सबसे छोटा समान अपवर्त्य निकालते हैं। इसके लिए संख्याओं के सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड को एक बार लेते हैं तथा शेष गुणनखण्डों को गुणा करके ल.स. निकालते हैं।

उदाहरण 2 15 और 25 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

हल :

3	15
5	5
	1

5	25
5	5
	1

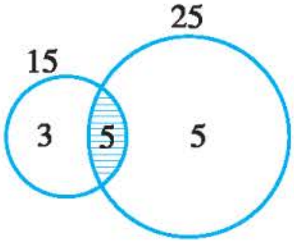
$15 = 3 \times 5$

$25 = 5 \times 5$

ल.स. $= 5 \times 3 \times 5 = 75$

- 15 और 25 के अभाज्य गुणनखण्डों में एक सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड 5 है।
- 5 दोनों संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्डों में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड है।
- शेष गुणनखण्ड 3 और 5 है।
- सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड और बचे हुए गुणनखण्डों का गुणा करके ल.स. निकालते हैं।

इसको हम चित्र द्वारा भी समझ सकते हैं।



- छायांकित भाग में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड है।
- 15 का शेष गुणनखण्ड 3 है।
- 25 का शेष गुणनखण्ड 5 है।

अतः ल.स. $= 3 \times 5 \times 5 = 75$

उदाहरण 3 12, 18 और 30 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

हल :

2	12	2	18	2	30
2	6	3	9	3	15
3	3	3	3	5	5
	1		1		1

12 के अभाज्य गुणनखण्ड $12 = 2 \times 2 \times 3$

18 के अभाज्य गुणनखण्ड $18 = 2 \times 3 \times 3$

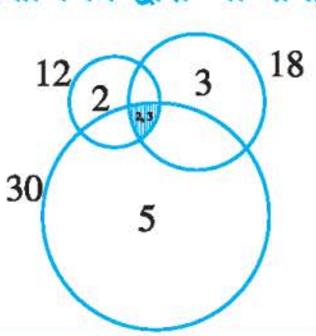
30 के अभाज्य गुणनखण्ड $30 = 2 \times 3 \times 5$

तीनों संख्याओं में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड $= 2 \times 3$

शेष बचे गुणनखण्ड $= 2 \times 3 \times 5$

अतः ल.स. $= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 = 180$

इसको चित्र द्वारा भी समझते हैं।



- 2×3 तीनों संख्याओं के क्षेत्र में है।
- तीनों संख्याओं में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड $= 2 \times 3$
- शेष बचे गुणनखण्ड $= 2 \times 3 \times 5$

अतः ल.स. $= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 = 180$

उदाहरण 4 77, 88, 132 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

हल :

7	77	2	88	2	132
11	11	2	44	2	66
	1	2	22	3	33
		11	11	11	11
			1		1

$77 = 7 \times 11$

$88 = 2 \times 2 \times 2 \times 11$

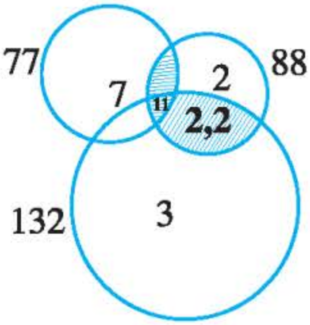
$132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$

- तीनों संख्याओं में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड $= 11$
- दो संख्याओं 88 और 132 में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड $= 2 \times 2$
- शेष बचे गुणनखण्ड $7 \times 2 \times 3$

अतः ल.स. $= 11 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 3 = 1848$

ध्यान रखिए कम से कम दो संख्याओं के सर्वनिष्ठ गुणनखण्डों को भी एक बार ही लेना है।

इसको चित्र द्वारा भी समझा जा सकता है :



- तीनों संख्याओं में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड $= 11$
- केवल 88 और 132 में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड$=2\times 2$
- शेष बचे गुणनखण्डों $= 7 \times 2 \times 3$

अतः ल.स.$= 11 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 3 = 1848$

भागविधि द्वारा लघुत्तम समापवर्त्य (संक्षिप्त विधि से ल.स.)

लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करने की यह एक संक्षिप्त विधि है। इसमें भी सर्वनिष्ठ अभाज्य गुणनखण्ड लेते हैं। आइए निम्नलिखित उदाहरणों की सहायता से विधि को समझते हैं।

उदाहरण 5 8 और 10 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

हल :

2	8, 10
2	4, 5
2	2, 5
5	1, 5
	1, 1

- दोनों संख्याओं में सबसे छोटे सर्वनिष्ठ अभाज्य गुणनखण्ड 2 से भाग देते हैं।
- भागफल 4 और 5 लिखते हैं।
- भागफल 4 को 2 से भाग करते हैं।
- भागफल 2 को 2 से भाग करते हैं।
- भागफल 5 को 5 से भाग करते हैं।

ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$

सभी अभाज्य गुणनखण्डों का गुणाकर ल.स. निकालते हैं।

उदाहरण 6 12, 18 और 24 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

हल :

2	12, 18, 24,
2	6, 9, 12,
2	3, 9, 6,
3	3, 9, 3,
3	1, 3, 1,
	1, 1, 1,

- पहले तीनों संख्याओं को सर्वनिष्ठ अभाज्य गुणनखण्ड 2 से भाग करके भागफल 6, 9, 12 लिखते हैं।
- फिर 2 से भाग करते हैं तो भागफल 3, 9, 6 बचा
- फिर 2 से भाग करने पर भागफल 3, 9, 3 लिखते हैं।
- फिर 3 से भाग करने पर 1, 3, 1 भागफल लिखते हैं।
- 3 से भाग करने पर 1, 1, 1 बचा।

अतः ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

अभ्यास 3.1

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(1) किसी संख्या के गुणज को .... भी कहते हैं।

(2) लघुत्तम समापवर्त्य ऐसी .... से .... संख्या है जो दी गई संख्याओं से पूरी तरह .... है।

(3) किसी संख्या के अपवर्त्य ...... होते हैं।

(4) पहाड़े उस संख्या के प्रथम दस .... है।

(5) पहली संख्या दूसरी संख्या का अपवर्त्य है। दोनों संख्याओं का ल.स....संख्या होगी।

2. नीचे दी गई संख्याओं के 5-5 अपवर्त्य लिखिए

(1) 7, ..., ..., ..., ..., ...,

(2) 8, ..., ..., ..., ..., ...,

(3) 9, ..., ..., ..., ..., ...,

(4) 15, ..., ..., ..., ..., ...,

3. 6 और 9 के तीन समान अपवर्त्य ज्ञात कीजिए।

4. गुणनखण्ड विधि से ल.स. निकालिए

(1) 6, 8 (4) 6, 10

(2) 3, 6, 9 (5) 60, 75, 120

(3) 30, 42 (6) 15, 20, 25

5. भाग विधि से ल.स. ज्ञात कीजिए

(1) 2, 3, 4 (4) 8, 9, 12

(2) 15, 20, 30 (5) 60, 90, 120

(3) 15, 25, 75

महत्तम समापवर्तक

शिक्षक ने कक्षा के बच्चों को बताया कि इस माह में हमें वृक्षारोपण करना है। सब बच्चे एक-एक पौधा लगाएंगे और पूरे साल उनकी देखभाल भी करेंगे। हमें स्कूल के मैदान में आम और नीम के पौधे लगाना है। हमारे पास आम के 36 पौधे हैं और नीम के 60 पौधे हैं। पौधे नीचे बताए अनुसार लगाना है :

- पौधे कतारों में लगाना है।
- एक कतार में नीम के पौधे लगाना है और दूसरी कतार में आम के पौधे लगाना है।
- हर कतार में नीम और आम के पौधों की संख्या बराबर-बराबर हो।

सोचिए! हर कतार में पौधों की अधिकतम संख्या कितनी होनी चाहिए?

सब सोचने लगे। प्रश्न का उत्तर बच्चों को नहीं मिला। शिक्षक से बच्चों ने पूछा- आप ही बता दीजिए।

शिक्षक ने बताया हर कतार में अधिक से अधिक 12 पौधे लगाना है। बच्चों ने पूछा यह कैसे पता चला?

शिक्षक ने उत्तर दिया महत्तम समापवर्तक से पौधों की अधिकतम संख्या का पता चला।

आइए हम 36 और 60 का महत्तम समापवर्तक निकालते हैं

पूर्व में हम किसी संख्या के सभी संभव गुणनखण्ड (अपवर्तक) निकालना सीख चुके हैं। यहाँ हम 36 और 60 के सभी संभव गुणनखण्ड (अपवर्तक) निकालते हैं :

36 के अपवर्तक 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

60 के अपवर्तक 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

36 और 60 के समान अपवर्तक (सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड) - 1, 2, 3, 4, 6, 12

इनमें सबसे बड़ा अपवर्तक = 12

अतः 36 और 60 का महत्तम समापवर्तक = 12

महत्तम समापवर्तक को म.स. भी लिखते हैं।

- महत्तम समापवर्तक का अर्थ है सबसे बड़ा समान अपवर्तक।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का म.स. वह बड़ी से बड़ी संख्या है जिससे दी गई संख्याएँ पूरी-पूरी भाज्य होती है।

गुणनखण्ड विधि द्वारा महत्तम समापवर्तक

महत्तम समापवर्तक निकालने की एक विधि गुणनखण्ड विधि भी है। इसमें भी हम संख्याओं के गुणनखण्ड करके सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड द्वारा बड़ा से बड़ा (महत्तम) समान अपवर्तक निकालते हैं।

उदाहरण 7 12 और 18 का म.स. गुणनखण्ड विधि से निकालिए।

हल : पहले हम 12 और 18 के अभाज्य गुणनखण्ड निकालते हैं।

2	12
2	6
3	3
	1

2	18
3	9
3	3
	1

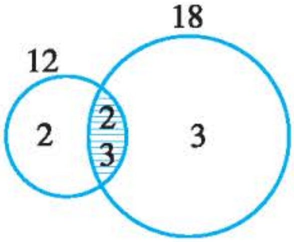
$12 = 1 \times 2 \times 2 \times 3$

$18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$

इनमें सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड = 1, 2, 3

अतः म.स. $= 1 \times 2 \times 3 = 6$

इसको चित्र द्वारा भी दर्शा सकते हैं :



छायांकित भाग दोनों संख्याओं के क्षेत्र में है। इस रेखांकित भाग के गुणनखण्डों का गुणनफल $2 \times 3 = 6$ अभीष्ट म.स. है।

उदाहरण 8 30, 50 और 105 का म.स. निकालिए।

हल :

2	30	2	50	3	105
3	15	5	25	5	35
5	5	5	5	7	7
	1		1		1

संख्याओं के गुणनखण्ड

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$50 = 2 \times 5 \times 5$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

अब वे गुणनखण्ड लेते हैं जो तीनों संख्याओं के गुणनखण्ड हों अर्थात् सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड (महत्तम समापवर्तक)

$= 5$

म. स. $= 5$

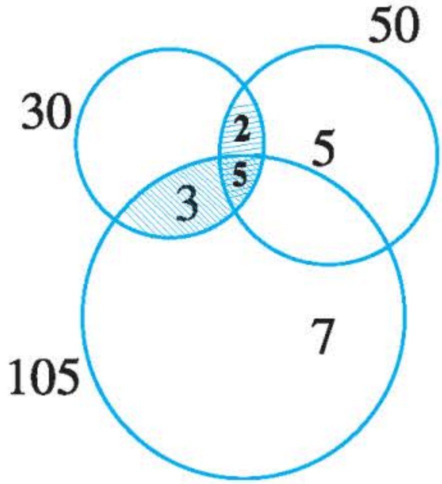
ध्यान दीजिए गुणनखण्ड विधि से ल.स. और म.स. निकालने के लिए अभाज्य गुणनखण्ड निकालते हैं। केवल अंतर है :

महत्तम समापवर्तक में सभी संख्याओं के सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड लेकर गुणा करते हैं। जबकि

ल.स. में सभी गुणनखण्डों में सर्वनिष्ठ, दो संख्याओं में सर्वनिष्ठ और बचे हुए गुणनखण्ड लेकर ल.स. निकालते हैं।

इसको भी हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।

इसमें रेखांकित भाग तीन प्रकार का है।



इस रेखांकित भाग का गुणनखण्ड 5 तीनों संख्याओं में है। अतः म.स. = 5

ध्यान दीजिए ल.स. में भी हम इसके अलावा दो संख्याओं में सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड 3 और 2 भी है।

शेष बचे गुणनखण्ड 5×7 है। इन सभी का गुणनखण्ड अर्थात् $5 \times 3 \times 2 \times 5 \times 7$ तीनों संख्याओं का ल.स. 1050 है।

अभाज्य गुणनखण्डों द्वारा हम म.स. और ल.स. दोनों ज्ञात कर सकते हैं।

भाग विधि द्वारा महत्तम समापवर्तक

भाग विधि में भी दो या तीन संख्याओं में सबसे बड़ा समान अपवर्तक निकालते हैं। यदि एक संख्या दूसरी से पूरी-पूरी भाज्य हो तो म.स. भाजक संख्या होती है।

जब भाग पूरी बार नहीं जाता है तो शेषफल और भाजक संख्या में सतत् भाग करते हैं। यह क्रिया शेषफल शून्य आने तक करते हैं।

उदाहरण 9 12 और 18 का म.स. निकालिए।

उदाहरण 9 12 और 18 का म.स. निकालिए।

हल : 18 को 12 से भाग करते हैं

```
12) 18 (1
  – 12
  ------
     6)12(2
     – 12
     -----
        0
```

- 18 को 12 से भाग देने पर शेषफल 6 आता है।
- अब 6 से 12 को भाग करते हैं।
- शेषफल 0 है, अतः 6 ऐसी बड़ी से बड़ी संख्या है जिससे 12 एवं 18 दोनों भाज्य है।
- अतः म.स. = 6

उदाहरण 10 44, 132, 154 का म.स. ज्ञात कीजिए।

हल : पहले कोई भी दो संख्याएँ लेकर सतत् भाग कर म.स. निकालते हैं :

```
44) 132( 3
   – 132
   -----
     000
```

इनका सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड (म.स.) 44 है।

अब 44 और 154 का म.स. निकालते हैं।

```
44)154(3
  – 132
  -------
     22)44(2
       – 44
       -----
         00
```

22 ऐसी सबसे बड़ी संख्या है जिससे तीनों संख्याएँ 44, 132, 154 पूरी-पूरी भाज्य है।

अतः 44, 132 और 154 का म.स. = 22

अभ्यास 3.2

1. सही विकल्प चुनिए

(1) सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड का अर्थ है

(अ) समान अपवर्त्य (ब) समान अपवर्तक (स) समान अभाज्य गुणनखण्ड

(2) महत्तम समापवर्तक है

(अ) सबसे छोटा समान अपवर्तक (ब) समान अपवर्तक

(स) सबसे बड़ा समान अपवर्तक

(3) पहली संख्या दूसरी संख्या से पूरी-पूरी भाज्य हो तो म.स. होता है

(अ) पहली संख्या (ब) दूसरी संख्या (स) दोनों संख्याओं का गुणनफल

(4) दो या तीन संख्याओं के ल.स. और म.स. में होता है :

(अ) म.स. ल.स. से बड़ा (ब) ल.स., म.स. से बड़ा, (स) दोनों समान

2. नीचे दी गई संख्याओं के अपवर्तक लिखिए

(1) 6

(2) 9

(3) 14

(4) 24

3. नीचे दी गई संख्याओं का गुणनखण्ड विधि से म.स. ज्ञात कीजिए

(1) 35, 45 (2) 24, 56

(3) 20, 60 (4) 16, 80, 48

(5) 14, 15 (6) 15, 21, 24

4. नीचे दी गई संख्याओं का सतत् भाग विधि से म.स. ज्ञात कीजिए

(1) 36, 48 (2) 45, 165

(3) 22, 99 (4) 60, 75

(5) 8, 12, 30 (6) 16, 32, 64

5. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(1) दो अभाज्य संख्याओं का म.स. .... होता है।

(2) दी गई संख्याएँ जिस बड़ी से बड़ी संख्या से पूरी तरह विभाज्य हो तो वह संख्या .... कहलाती है।

(3) महत्तम समापवर्तक का अर्थ है सबसे .... समान अपवर्तक।

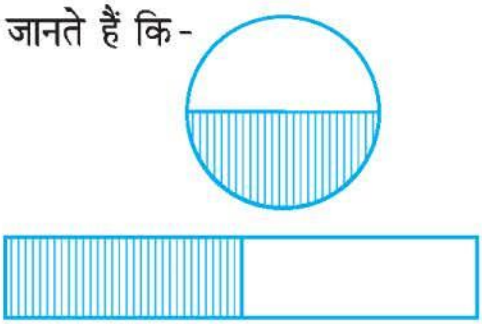
पाठ 4
भिन्नात्मक संख्याएँ एवं उन पर संक्रियाएँ

आइए सीखें

- भिन्न की अवधारणा
- भिन्नों को घटते एवं बढ़ते क्रम में लिखना
- भिन्नों को सरलतम रूप में लिखना।
- भिन्नों को जोड़ना एवं घटाना
- एक भिन्न में दूसरी भिन्न का गुणा करना तथा एक भिन्न में दूसरी भिन्न का भाग देना।
- भिन्नों से संबंधित दैनिक व्यवहार के प्रश्नों को हल करना।

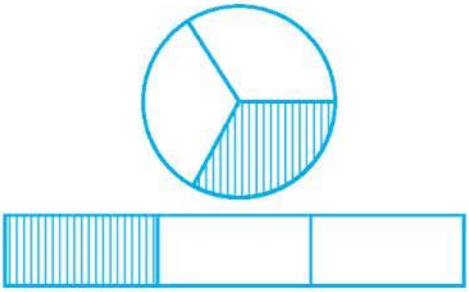
इस अध्याय में हम पिछली कक्षा में सीखी गई भिन्नात्मक संख्याओं से सम्बन्धित बातों को दोहराएंगे और उनका व्यवहारिक उपयोग सीखें। हम जानते हैं कि-

- यदि किसी वस्तु के दो बराबर भाग किए जाएं तो प्रत्येक भाग को आधा भाग कहते हैं (आकृति 4.1)। आधे भाग को $\frac{1}{2}$ लिखते हैं तथा **'एक बटे दो'** पढ़ते हैं।



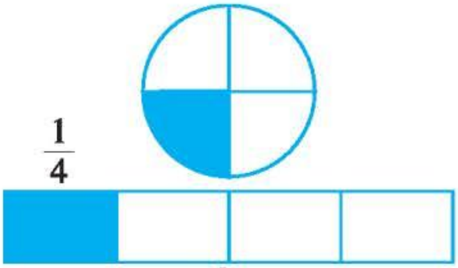
आकृति 4.1

- यदि किसी वस्तु के तीन बराबर भाग किए जाएं तो प्रत्येक भाग को एक तिहाई भाग कहते हैं। (आकृति 4.2) एक तिहाई भाग को $\frac{1}{3}$ लिखते हैं तथा **एक बटे तीन** पढ़ते हैं।



आकृति 4.2

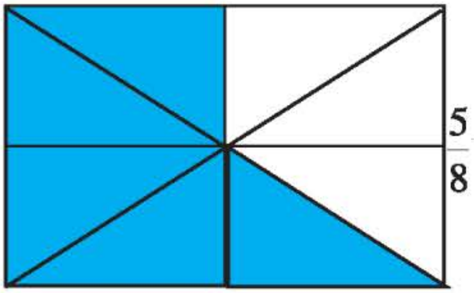
- यदि किसी वस्तु के चार बराबर भाग किए जाएं तो एक भाग को एक चौथाई भाग कहते हैं (आकृति 4.3)। एक चौथाई भाग को $\frac{1}{4}$ लिखते हैं तथा **'एक बटे चार'** पढ़ते हैं॥



आकृति 4.3

- किसी वस्तु को समान भागों में बांटने के पश्चात् इसके निश्चित भागों को दर्शाने वाली संख्या को भिन्न कहते हैं। जितने समान भागों में बांटा गया है, उसे भिन्न का हर कहते हैं। हर का (–) बटे की रेखा के नीचे लिखते हैं। इन समान भागों में से जितने भाग लिए गए हैं उसे भिन्न का अंश कहते हैं। अंश को बटे की रेखा (–)के ऊपर लिखते हैं।

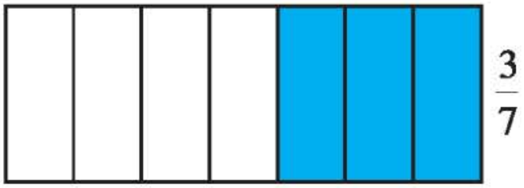
  उदाहरण के लिए चित्र में आकृति 4.4 को आठ (8) समान भागों में बांटा गया है और 5 भागों को छायांकित किया गया है।



आकृति 4.4

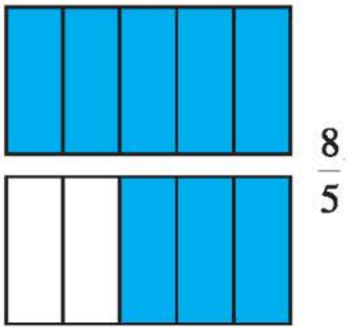
अत: आकृति के छायांकित भाग को भिन्न $\frac{5}{8}$ से दर्शाएंगे।

- यदि किसी भिन्न में अंश, हर से छोटा होता है तो इस प्रकार की भिन्न को सम भिन्न कहते हैं। उदाहरणतः आकृति 4.5 में $\frac{3}{7}$ सम भिन्न है।



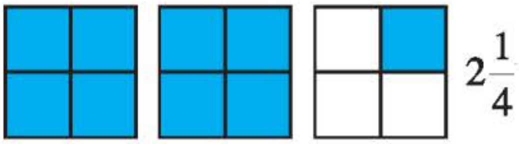
आकृति 4.5

- यदि किसी भिन्न में अंश, हर से बड़ा या बराबर होता है तो इस प्रकार की भिन्न को विषम भिन्न कहते हैं। उदाहरण के लिए आकृति 4.6 में $\frac{8}{5}$ विषम भिन्न है।



आकृति 4.6

- यदि किसी भिन्न में अंश और हर के साथ पूर्णांक (पूरा अंक) लिखा होता है तो इस प्रकार की भिन्न को मिश्र भिन्न कहते हैं। आकृति 4.7 में दर्शाई गई भिन्न $2\frac{1}{4}$ मिश्र भिन्न है।



आकृति 4.7

- जिन भिन्नों में अंश, हर से छोटे होते हैं वे एक से छोटी होती है।
- जिन भिन्नों में अंश, हर के बराबर होते हैं वे एक के बराबर होती है।
- जिन भिन्नों में अंश, हर से बड़े होते हैं वे एक से बड़ी होती है।
- प्रत्येक मिश्र भिन्न के तुल्य एक विषम भिन्न और प्रत्येक विषम भिन्न के तुल्य एक मिश्र भिन्न लिखी जा सकती है।

सजातीय व विजातीय भिन्न

नीचे दिए गए भिन्नों के दो समूहों पर विचार करेंगे।

(1) $\frac{5}{7}, \frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{12}{7}$ (2) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{15}{8}$

हम देखते हैं कि पहले समूह की भिन्नों के हर समान हैं जबकि दूसरे समूह की भिन्नों के हर असमान हैं। इस प्रकार-

- समान हर वाली भिन्नों को सजातीय भिन्न कहते हैं।
- असमान हर वाली भिन्नों को विजातीय भिन्न कहते हैं।

अतः उपर्युक्त (1) में दी गई भिन्नें सजातीय हैं तथा

(2) में दी गई भिन्नें विजातीय हैं।

मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलना

हम जानते हैं कि प्रत्येक मिश्र भिन्न को एक तुल्य विषम भिन्न में बदला जा सकता है।

आइए मिश्र भिन्न $2\frac{4}{9}$ को विषम भिन्न में हैं। $2\frac{4}{9}$ एक मिश्र भिन्न है।

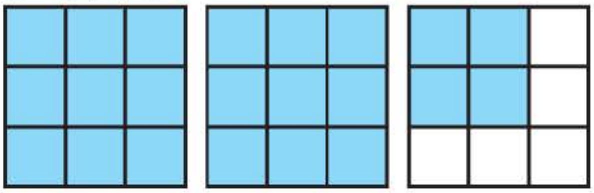
इसे विषम भिन्न में बदलने के लिए पहले हर 9 में पूर्णांक 2 का गुणा करते हैं।

$9 \times 2 = 18$

अब इस गुणनफल में अंश 4 को जोड़ते हैं।

$18 + 4 = 22$

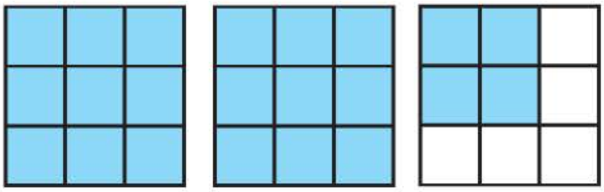
अतः 22, अंश हुआ।



$2\frac{4}{9}$

इस प्रकार भिन्न बन जाती है $\frac{22}{9}$

यह एक विषम भिन्न है।



$\frac{22}{9}$

अब नीचे दिए गए प्रश्नों को हल कीजिए

- $1\frac{3}{5}$ को विषम भिन्न में बदलिए
- $4\frac{2}{5}$ को विषम भिन्न में बदलिए

विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना

हम जानते हैं कि प्रत्येक विषम भिन्न को एक तुल्य मिश्र भिन्न में बदला जा सकता है।

आइए विषम भिन्न $\frac{13}{3}$ को मिश्र भिन्न में बदलते हैं। $\frac{13}{3}$ एक विषम भिन्न है। इसे मिश्र भिन्न में बदलने के लिए अंश 13 को हर 3 से भाग देते पर,

$$3\overline{)13}\ (4 \qquad 13 - 12 = 1$$

भागफल $= 4$ और शेषफल$=1$ है। $\frac{13}{3}$ में 4 पूर्णांश तथा $\frac{1}{3}$ सम भिन्न है। अतः $\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

इस प्रकार हमने देखा कि विषम भिन्न $\frac{13}{3}$ के तुल्य एक मिश्र भिन्न $4\frac{1}{3}$ लिखी जा सकती है।

निम्नलिखित विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलिए

- $\frac{9}{2}$
- $\frac{7}{5}$

अभ्यास 4.1

1. निम्नलिखित प्रश्नों के चार विकल्प दिए गए हैं, उनमें से सही विकल्प चुनकर लिखिए

(1) भिन्न $\frac{11}{7}$ है

(अ) सम भिन्न (ब) विषम भिन्न

(स) मिश्र भिन्न (द) इनमें से कोई नहीं।

(2) भिन्न $2\frac{3}{4}$ है

(अ) सम भिन्न (ब) विषम भिन्न

(स) मिश्र भिन्न (द) इनमें से कोई नहीं।

(3) भिन्न $\frac{8}{9}$ है

(अ) सम भिन्न (ब) विषम भिन्न

(स) मिश्र भिन्न (द) इनमें से कोई नहीं।

(4) मिश्र भिन्न $1\frac{3}{5}$ का मान है

(अ) $\frac{3}{5}$ (ब) $\frac{8}{5}$

(स) $\frac{4}{5}$ (द) $\frac{9}{5}$

(5) विषम भिन्न $\frac{9}{7}$ का मान है

(अ) $\frac{7}{9}$ (ब) $\frac{16}{7}$

(स) $1\frac{2}{7}$ (द) $\frac{7}{16}$

2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए

(1) यदि किसी भिन्न में अंश, हर से छोटा होता है, तो इस प्रकार की भिन्न को ...... भिन्न कहते हैं।

(2) यदि किसी भिन्न में अंश, हर से बड़ा या बराबर होता है, तो इस प्रकार की भिन्न को ...... भिन्न कहते हैं।

(3) यदि किसी भिन्न में अंश और हर के साथ पूर्णांक लिखा होता है, तो इस प्रकार

के भिन्न को ...... भिन्न कहते हैं।

(4) समान हर वाली भिन्नों को .... भिन्न कहते हैं।

(5) असमान हर वाली भिन्नों को .... भिन्न कहते हैं।

3. निम्नलिखित भिन्नों में से सम भिन्न, विषम भिन्न तथा मिश्र भिन्न छाँटिए

$\frac{10}{9}$, $3\frac{1}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{17}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $5\frac{5}{9}$, $\frac{2}{10}$

4. मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए

(1) $7\frac{1}{2}$ (2) $8\frac{3}{4}$ (3) $1\frac{1}{7}$

(4) $3\frac{5}{8}$ (5) $4\frac{4}{7}$ (6) $5\frac{3}{8}$

5. विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलिए

(1) $\frac{24}{7}$ (2) $\frac{18}{5}$ (3) $\frac{7}{2}$

(4) $\frac{15}{4}$ (5) $\frac{18}{7}$ (6) $\frac{20}{3}$

तुल्य (समतुल्य) भिन्न

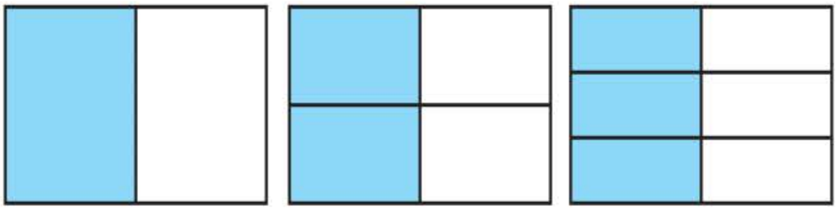
हम जानते हैं कि $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}$ इत्यादि। अतः भिन्न $\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6}$ और $\frac{4}{8}$ इत्यादि तुल्य भिन्न हैं। इनको हम इस प्रकार समझ सकते हैं

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times2}{2\times2}=\frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$$

इससे हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि 'किसी दी हुई भिन्न की तुल्य भिन्न उसके अंश और हर में एक ही संख्या (0 के अतिरिक्त) से गुणा करके, ज्ञात की जा सकती है।'

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times4}{2\times4}=\frac{4}{8}$$



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$

इसी प्रकार

$$\frac{2}{4}=\frac{2\div2}{4\div2}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{6}=\frac{3\div3}{6\div3}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8}=\frac{4\div4}{8\div4}=\frac{1}{2}$$

इससे हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि किसी दी हुई भिन्न की तुल्य भिन्न, उसके अंश और हर को उनके उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (1 के अतिरिक्त) यदि कोई हो, से भाग देकर भी ज्ञात की जा सकती है।

अर्थात् किसी दी गई भिन्न की तुल्य भिन्न को निम्नलिखित तरीके से प्राप्त किया जा सकता है

- भिन्न के अंश और हर को एक ही शून्येत्तर संख्या से गुणा करके अथवा भिन्न के अंश और हर को उनके उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (1 के अतिरिक्त) यदि कोई हो, से भाग देकर।

उदाहरण 1. ☐ के स्थान पर सही संख्या लिखिए।

$$\frac{15}{35}=\frac{\square}{7}$$

हल : यहाँ हम हर को देखते हैं। 35 तथा 7 हर हैं।

चूँकि $35\div7=5$, अतः हम भिन्न $\frac{15}{35}$ के अंश और हर को 5 से भाग देते हैं।

$$\frac{15}{35}=\frac{15\div5}{35\div5}=\frac{3}{7}$$

अतः हम ☐ के स्थान पर 3 लिखेंगे।

इस प्रकार हम $\frac{15}{35}=\frac{3}{7}$ प्राप्त करते हैं।

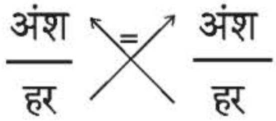
उदाहरण 2. $\frac{5}{11}$ की ऐसी तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका हर 44 हो।

हल : चूँकि $44 = 11 \times 4$ है। अतः हम भिन्न $\frac{5}{11}$ के अंश व हर दोनों को 4 से गुणा करते हैं।

इस प्रकार हमें, $\frac{5}{11} = \frac{5 \times 4}{11 \times 4} = \frac{20}{44}$

अतः अभीष्ट भिन्न $\frac{20}{44}$ है।

आइए, उपर्युक्त उदाहरणों में प्रत्येक में हम पहली भिन्न के अंश को दूसरी तुल्य भिन्न के हर से गुणा करते हैं और पहली भिन्न के हर का दूसरी तुल्य भिन्न के अंश में गुणा करते हैं। इसे वज्र 'गुणा' कहते हैं।



तब $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$, हम प्राप्त करते हैं $3 \times 35 = 105$ और $7 \times 15 = 105$

$\frac{5}{11} = \frac{20}{44}$, हम प्राप्त करते हैं $5 \times 44 = 220$ और $11 \times 20 = 220$

हमें क्या पता चलता है?

इससे यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि यदि दो तुल्य भिन्न दी हुई हो तो उनमें पहली भिन्न के अंश और दूसरी भिन्न के हर का गुणनफल, पहली भिन्न के हर और दूसरी भिन्न के अंश के गुणनफल के बराबर होता है।

उदाहरण 3. क्या दी गई भिन्न तुल्य भिन्न हैं? जाँच कीजिए

$$\frac{5}{7}, \quad \frac{25}{35}$$

हल : वज्र गुणन द्वारा हम प्राप्त करते हैं,

$$\frac{5}{7} \times \frac{25}{35}$$

$5 \times 35 = 175,\ 7 \times 25 = 175$

क्योंकि दोनों गुणनफल समान है, अतः दी गई भिन्नें तुल्य भिन्नें हैं।

अतः $\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$

अभ्यास 4.2

1. निम्नलिखित प्रश्नों के चार विकल्प दिए गए हैं, सही विकल्प चुनकर लिखिए

(1) किसी दी गई भिन्न की तुल्य भिन्न ज्ञात की जाती है

(अ) भिन्न के अंश में गुणा करके।

(ब) भिन्न के हर में गुणा करके।

(स) भिन्न के अंश एवं हर में एक ही संख्या जोड़कर।

(द) भिन्न के अंश एवं हर में एक ही संख्या से गुणा करके अथवा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड से भाग देकर।

(2) भिन्न $\frac{3}{5}$ की तुल्य भिन्न है

(अ) $\frac{5}{3}$ (ब) $\frac{3}{3}$ (स) $\frac{5}{5}$ (द) $\frac{6}{10}$

(3) भिन्न $\frac{7}{4}$ की तुल्य भिन्न है

(अ) $\frac{4}{4}$ (ब) $\frac{21}{12}$ (स) $\frac{7}{7}$ (द) $\frac{4}{7}$

(4) भिन्न $\frac{18}{12}$ की तुल्य भिन्न है

(अ) $\frac{12}{18}$ (ब) $\frac{2}{3}$ (स) $\frac{3}{2}$ (द) $\frac{30}{12}$

(5) भिन्न $\frac{5}{20}$ की तुल्य भिन्न हैं

(अ) $\frac{1}{4}$ (ब) $\frac{4}{1}$ (स) $\frac{20}{5}$ (द) $\frac{25}{20}$

2. $\square$ के स्थान पर सही संख्या लिखिए

(1) $\frac{2}{7}=\frac{8}{\square}$ (2) $\frac{5}{8}=\frac{10}{\square}$ (3) $\frac{3}{5}=\frac{\square}{20}$

(4) $\frac{4}{9}=\frac{\square}{27}$ (5) $\frac{6}{11}=\frac{\square}{44}$ (6) $\frac{1}{8}=\frac{8}{\square}$

3. $\frac{3}{5}$ की ऐसी तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए, जिसका

(1) हर 20 हो (2) अंश 9 हो।

(3) हर 30 हो। (4) अंश 27 हो।

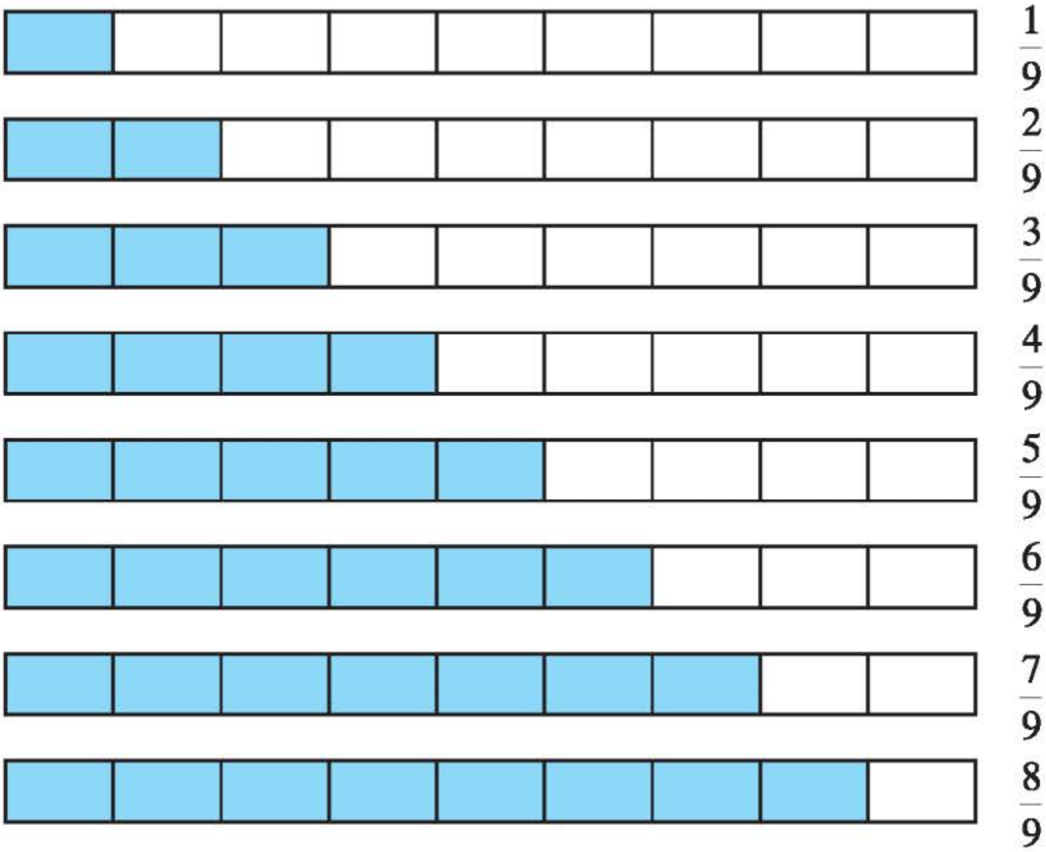
4. क्या दी गई भिन्न तुल्य है? जाँच कीजिए

(1) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (2) $\frac{2}{7}, \frac{16}{42}$ (3) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

(4) $\frac{4}{11}, \frac{32}{88}$ (5) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (6) $\frac{9}{27}, \frac{25}{75}$

भिन्नों को घटते एवं बढ़ते क्रम में लिखना

नीचे दिये गये छायांकित भाग को ध्यान से देखिए

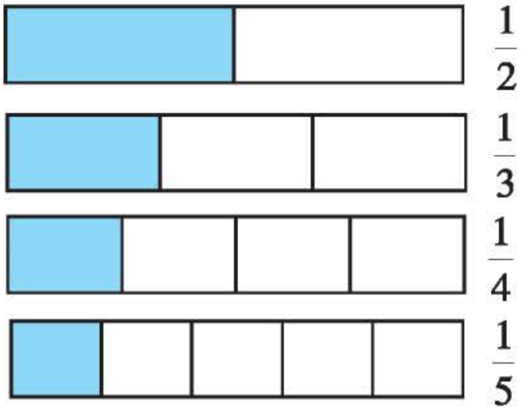


ऊपर दिए गये छायांकित भागों की तुलना करने पर पता चलता है कि

$\frac{1}{9} < \frac{2}{9} < \frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{6}{9}$ <.......<......

यहाँ चिह्न '<' छोटा है के लिए प्रयोग किया गया है।

छायांकित भागों की तुलना करने पर पता चलता है कि



$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$$

उपरोक्त उदाहरणों से हमें ज्ञात होता है कि-

- यदि भिन्नों के हर समान हो तो छोटे अंश वाली भिन्न बड़े अंश वाली भिन्न से छोटी होती है।
- यदि भिन्नों के अंश समान हों तो छोटे हर वाली भिन्न बड़े हर वाली भिन्न से बड़ी होती है।

विजातीय भिन्नों की तुलना (जिनके अंश असमान हो)

हम यह जानते हैं कि समान हर वाली भिन्नों की तुलना कैसे की जाती है। उदाहरण के लिए

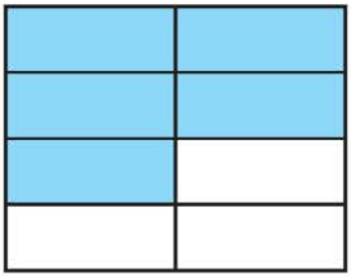
$$\frac{3}{7} > \frac{2}{7}, \frac{7}{8} > \frac{5}{8}, \frac{4}{5} < \frac{5}{5}, \frac{5}{10} < \frac{6}{10}$$

अर्थात् सजातीय भिन्नों में बड़े अंश वाली भिन्न बड़ी होती है। हम यह भी जानते हैं कि समान अंश वाली भिन्नों की तुलना कैसे की जाती है। जैसे

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}, \frac{4}{7} > \frac{4}{8}, \frac{5}{9} < \frac{5}{6}, \frac{3}{7} < \frac{3}{5}$$

अब क्या हम $\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{8}$ की तुलना कर सकते हैं? जिनके न तो अंश समान हैं और न ही हर समान हैं, आइए, इसके लिये हम निम्नांकित छायांकित भाग देखते हैं

$\frac{3}{4}$



$\frac{5}{8}$

छायांकित भागों की तुलना करने पर पता चलता है कि $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$

हमने उपर्युक्त उदाहरण में भिन्नों की तुलना चित्र के माध्यम से की थी। लेकिन यह विधि व्यवहारिक रूप से सरल नहीं है। अब हम बिना चित्रों की सहायता से दो भिन्नों की तुलना करना सीखेंगे।

आइए, भिन्न $\frac{3}{4}$ व $\frac{5}{6}$ की तुलना करें।

इन दोनों भिन्नों में न तो अंश समान है और न ही हर समान है। अतः इनमें तुलना करने के लिये इनको ऐसी समतुल्य भिन्नों में बदल लें, जिनके या तो अंश समान हों या हर समान हों। साधारणतः ऐसी भिन्नों की तुलना करने के लिये इन्हें समान हर वाली समतुल्य भिन्नों में बदलना सुविधाजनक है। हर 4 व 6 के लिये सबसे छोटा समान हर 12 होगा जो कि 4 व 6 का लघुत्तम समापवर्त्य है।

अब $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$

चूंकि $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ अतः $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

इस प्रकार $\frac{3}{4}$ व $\frac{5}{6}$ में से भिन्न $\frac{5}{6}$ बड़ी भिन्न है।

भिन्नों की तुलना करने के लिए दिए गए भिन्नों के हर का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें। तत्पश्चात् भिन्नों को समान हर वाली भिन्नों में परिवर्तित करें।

उदाहरण 4. $\frac{7}{10}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ को बढ़ते क्रम में लिखिए

हल : इन भिन्नों के हर अथवा अंश समान नहीं हैं। अतः बढ़ते क्रम में रखने के लिए इनको समान हर वाली तुल्य भिन्न में बदलना होगा।

समान हर वाली तुल्य भिन्न में बदलने के लिए 10, 4, 8 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करना होगा।

2	10, 4, 8
2	5, 2, 4
2	5, 1, 2
5	5, 1, 1
	1, 1, 1

10, 4, 8 का ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$\therefore$ ल. स. $= 40$

10, 4, 8 का लघुत्तम समापवर्त्य 40 हुआ। अब दी गई भिन्नों को समान हर वाली समतुल्य भिन्नों में बदलते हैं।

$\frac{7}{10} = \frac{7\times4}{10\times4} = \frac{28}{40}$ $\frac{3}{4} = \frac{3\times10}{4\times10} = \frac{30}{40}$ $\frac{5}{8} = \frac{5\times5}{8\times5} = \frac{25}{40}$

$\frac{28}{40}, \frac{30}{40}, \frac{25}{40}$ की तुलना करने पर पता चलता है कि $\frac{25}{40} < \frac{28}{40} < \frac{30}{40}$

अर्थात् $\frac{25}{40}, \frac{28}{40}, \frac{30}{40}$ बढ़ते क्रम में हैं।

अतः $\frac{5}{8} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$ बढ़ते क्रम में हैं।

उदाहरण 5. $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$ को घटते क्रम में लिखिए

हल :

2	3, 4, 8
2	3, 2, 4
2	3, 1, 2
3	3, 1, 1
	1, 1, 1

दी गई भिन्नों $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$ को समान हर 24 वाली तुल्य भिन्नों में बदल लेते हैं।

3, 4, 8 का ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 24$

$\frac{2}{3} = \frac{2\times8}{3\times8} = \frac{16}{24}$ $\frac{1}{4} = \frac{1\times6}{4\times6} = \frac{6}{24}$ $\frac{3}{8} = \frac{3\times3}{8\times3} = \frac{9}{24}$

तुल्य भिन्नों के अंशों की तुलना करने पर पता चलता है कि,

$\frac{16}{24} > \frac{9}{24} > \frac{6}{24}$ अतः $\frac{2}{3} > \frac{3}{8} > \frac{1}{4}$ अर्थात् $\frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ घटते क्रम में हैं।

भिन्नों को सरलतम रूप में लिखना

हम यह सीख चुके हैं कि किसी दी गई भिन्न की तुल्य भिन्न ज्ञात करने के लिए अंश व हर दोनों को एक ही संख्या से गुणा करते हैं या उनके उभयनिष्ठ गुणनखण्ड से भाग देते हैं।

आइए $\frac{12}{52}$ की सबसे छोटी तुल्य भिन्न ज्ञात करें।

$$\frac{12}{52} = \frac{12 \div 2}{52 \div 2} = \frac{6}{26}$$ (2, अंश 12 व हर 52 का उभयनिष्ठ गुणनखंड है)

$$\frac{12}{52} = \frac{12 \div 4}{52 \div 4} = \frac{3}{13}$$ (4, अंश 12 व हर 52 का उभयनिष्ठ गुणनखंड है जो महत्तम समापवर्तक भी है)

हमने देखा $\frac{12}{52}$ को सरल करने पर $\frac{3}{13}$ सबसे छोटी तुल्य भिन्न प्राप्त होती है।

भिन्न $\frac{3}{13}$ को हम भिन्न $\frac{12}{52}$ का सरलतम रूप कहेंगे।

अर्थात् $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ (सरलतम भिन्न)

भिन्न $\frac{3}{13}$ के अंश और हर की तुलना करने पर हम पाते हैं कि इसका महत्तम समापवर्तक 1 है। अतः हम कह सकते हैं कि कोई भिन्न सरलतम रूप में होगी यदि उसके अंश और हर का महत्तम समापवर्तक 1 है। फलतः किसी भिन्न का सरलतम रूप ज्ञात करने के लिए हमें एक ऐसी तुल्य भिन्न प्राप्त करना होगा जिसके अंश और हर का महत्तम समापवर्तक 1 हो।

उदाहरण 6. भिन्न $\frac{20}{35}$ को सरलतम रूप में लिखिए।

हल : भिन्न $\frac{20}{35}$ में 20 और 35 का महत्तम समापवर्तक 5 है, अर्थात् 20 और 35, 5 से पूरा-पूरा भाज्य है। अतः $\frac{20}{35} = \frac{20 \div 5}{35 \div 5} = \frac{4}{7}$

अतः प्राप्त भिन्न $\frac{4}{7}$ सरलतम रूप में है।

उदाहरण 7. भिन्न $\frac{9}{14}$ को सरलतम रूप में लिखिए।

हल : भिन्न $\frac{9}{14}$ में 9 और 14 का महत्तम समापवर्तक 1 है।

अतः $\frac{9}{14} = \frac{9 \div 1}{14 \div 1} = \frac{9}{14}$

अतः दी गई भिन्न $\frac{9}{14}$ सरलतम रूप में है।

उदाहरण 8. क्या भिन्न $\frac{25}{35}$ सरलतम रूप में है?

हल : चूँकि इसके अंश व हर का महत्तम समापवर्तक 5 है। अतः इसे सरलतम रूप में लाने के लिये अंश एवं हर में 5 का भाग देना होगा।

$$\frac{25}{35} = \frac{25 \div 5}{35 \div 5} = \frac{5}{7}$$

अतः भिन्न $\frac{25}{35}$ का सरलतम रूप $\frac{5}{7}$ है।

अभ्यास 4.3

1. निम्नलिखित प्रश्नों के चार विकल्प दिए गए हैं, सही विकल्प चुनकर लिखिए

(1) $\frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}$ का आरोही क्रम (बढ़ता क्रम)

(अ) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{5}{6}$ (ब) $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{5}$

(स) $\frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}$ (द) $\frac{5}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$

(2) $\frac{8}{9}, \frac{3}{9}, \frac{6}{9}$ का अवरोही क्रम है (घटता क्रम)

(अ) $\frac{3}{9}, \frac{6}{9}, \frac{8}{9}$ (ब) $\frac{8}{9}, \frac{3}{9}, \frac{6}{9}$

(स) $\frac{9}{3}, \frac{9}{6}, \frac{9}{9}$ (द) $\frac{8}{9}, \frac{6}{9}, \frac{3}{9}$

(3) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$ का आरोही क्रम है

(अ) $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (ब) $\frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{8}{1}$

(स) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (द) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$

(4) $\frac{8}{3}, \frac{8}{7}, \frac{8}{9}$ का अवरोही क्रम है

(अ) $\frac{8}{3}, \frac{8}{7}, \frac{8}{9}$ (ब) $\frac{8}{9}, \frac{8}{7}, \frac{8}{3}$

(स) $\frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}$ (द) $\frac{8}{3}, \frac{8}{7}, \frac{8}{9}$

2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए

(1) यदि भिन्नों के हर समान हों तो छोटे अंश वाली भिन्न, बड़े अंश वाली भिन्न से ..... होती है।

(2) यदि भिन्नों के अंश समान हों तो छोटे हर वाली भिन्न, बड़े हर वाली भिन्न से ..... होती है।

(3) यदि दो भिन्नों में न तो अंश समान हैं और न ही हर समान हैं, ऐसी भिन्नों की तुलना करने के लिए समान हर अथवा अंश वाली .... भिन्नों में बदल लेते हैं।

(4) कोई भिन्न सरलतम रूप में होती है यदि उसके अंश और हर का महत्तम समापवर्तक ...... हो।

3. रिक्त स्थान की पूर्ति "<" (छोटा है) या ">" (बड़ा है) का चिह्न (निशान) लगाकर कीजिए

(1) $\frac{1}{2}$........$\frac{8}{2}$ (2) $\frac{5}{9}$........$\frac{5}{7}$

(3) $\frac{7}{9}$........$\frac{2}{9}$ (4) $\frac{1}{10}$........$\frac{7}{10}$

4. नीच दी गई भिन्नों को बढ़ते क्रम में लिखिए

(1) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}$ (2) $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}$

(4) $\frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{3}{5}$ (5) $\frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$ (6) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{16}$

5. नीचे दी गई भिन्नों को घटते क्रम में लिखिए

(1) $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ (2) $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$ (3) $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}$

(4) $\frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{5}{6}$ (5) $\frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{9}$ (6) $\frac{4}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{15}$

6. निनलिखित भिन्नों को आरोही क्रम एवं अवरोही क्रम में लिखिए

(1) $\frac{7}{9}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{2}{5}$ (2) $\frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{7}, \frac{13}{12}$

(4) $\frac{5}{7}, \frac{3}{14}, \frac{13}{42}, \frac{17}{21}$ (5) $\frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{13}{20}, \frac{7}{10}$ (6) $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{14}{15}, \frac{30}{30}$

7. दी गई भिन्नों को सरलतम रूप में लिखिए

(1) $\frac{15}{20}$ (2) $\frac{16}{36}$ (3) $\frac{18}{39}$

(4) $\frac{12}{28}$ (5) $\frac{14}{35}$ (6) $\frac{21}{49}$

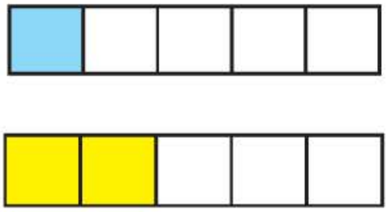
भिन्नात्मक संख्याओं पर संक्रियाएँ

अब हम भिन्न संख्याओं का जोड़, घटाना, गुणा व भाग करना सीखेंगे।

भिन्नों का जोड़

(अ) सजातीय भिन्नों को जोड़ना

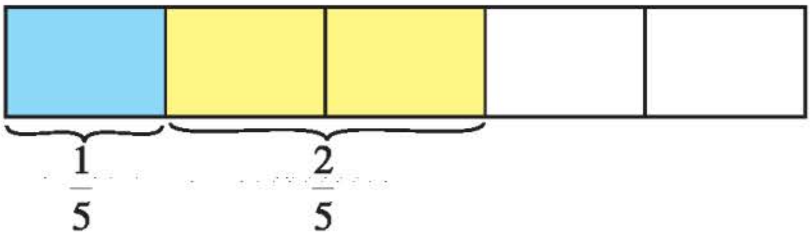
उदाहरण 9. $\frac{1}{5}$ और $\frac{2}{5}$ को जोड़िए।



$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

हल : $\frac{1}{5}$ और $\frac{2}{5}$ भिन्नों के हर समान हैं।

चित्र के सहायता से भिन्नों को जोड़ने पर,



$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

> अतः सजातीय भिन्नों को जोड़ने के लिये भिन्न के अंशों को जोड़कर लिखते हैं तथा हर ज्यों का त्यों लिखते हैं।

उदाहरण 10. $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ को हल कीजिए।

हल : $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$

(ब) विजातीय भिन्नों को जोड़ना

उदाहरण 11. $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{5}$ को जोड़िए।

हल : दोनों भिन्नों में हर समान नहीं है। अतः इन्हें पहले तुल्य भिन्नों में बदलकर सजातीय भिन्न बना लेते हैं।

$$\frac{1}{3} = \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{5}{15} \qquad \frac{1}{5} = \frac{1\times3}{5\times3} = \frac{3}{15}$$

अतः $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15} = \frac{5+3}{15}=\frac{8}{15}$

यहाँ यह ध्यान देने योग्य है कि $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{5}$ का समान हर 15 आता है, जो 3 और 5 का लघुत्तम समापवर्त्य भी है।

> अतः विजातीय भिन्नों को जोड़ने के लिए इन्हें पहले तुल्य भिन्नों में बदलकर सजातीय भिन्न बना लेते हैं। इसके लिए आवश्यक है कि हम पहल दिए गए भिन्नों के हर का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें। तथा सजातीय भिन्नों के समान जोड़ की किया करते है।

उदाहरण 12. हल कीजिए $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$

हल : 8, 4 और 2 का लघुत्तम समापवर्त्य 8 होता है। $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ को $\frac{3}{8}+\frac{6}{8}+\frac{4}{8}$ के रूप में लिख सकते हैं।

इस प्रकार $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{8}+\frac{6}{8}+\frac{4}{8}=\frac{3+6+4}{8}=\frac{13}{8}=1\frac{5}{8}$

(स) मिश्र भिन्नों को जोड़ना

उदाहरण 13. $\frac{3}{8}$, 4 और $\frac{15}{4}$ को जोड़िए।

हल : हम 4 को $\frac{4}{1}$ के रूप में लिख सकते हैं। हमें $\frac{3}{8}+\frac{4}{1}+\frac{15}{4}$ का योग ज्ञात करना है। 8, 1 और 4 का लघुत्तम समापवर्त्य 8 है। अतः हम दी हुई भिन्नों को सजातीय तुल्य भिन्नों के रूप में बदल लेते हैं।

$$\frac{3}{8}+\frac{4}{1}+\frac{15}{4}=\frac{3}{8}+\frac{32}{8}+\frac{30}{8}=\frac{3+32+30}{8}=\frac{65}{8}$$

उदाहरण 14. $2\frac{1}{3}$ और $3\frac{2}{3}$ को जोड़िए।

हल : दी गई मिश्र भिन्नों को तुल्य विषम भिन्न में बदलने पर

$2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$ और $3\frac{2}{3}=\frac{11}{3}$

अब $2\frac{1}{3}+3\frac{2}{3}=\frac{7}{3}+\frac{11}{3}=\frac{7+11}{3}=\frac{18}{3}=\frac{6}{1}=6$

वैकल्पिक विधि

$$2\frac{1}{3}+3\frac{2}{3} = \left(2+\frac{1}{3}\right)+\left(3+\frac{2}{3}\right)$$

$$=(2+3)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)$$

$$=5+\left(\frac{1+2}{3}\right)$$

$$=5+\frac{3}{3}$$

$$=5+1=6$$

हम कह सकते हैं समान हर वाली मिश्र भिन्नों को जोड़ने के लिए

- पहले भिन्नों के पूर्णांशों का योग ज्ञात करें।
- फिर मिश्र भिन्नों के भिन्नात्मक भागों का योग ज्ञात करें।
- उपर्युक्त दोनों चरणों में प्राप्त योगफल को जोड़ें, यही अभीष्ट योगफल होगा।

मिश्र भिन्नों का योगफल ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित विधि का उपयोग भी किया जाता है :

दो या उससे अधिक विजातीय भिन्नों को निम्नलिखित चरणों में जोड़ते हैं

चरण 1. हम दी हुई प्रत्येक भिन्न को विषम भिन्न में बदल लेते हैं। जैसे 5 को $\frac{5}{1}$ के रूप में $2\frac{3}{5}$ को $\frac{13}{5}$ के रूप में।

चरण 2. हम भिन्नों के हर का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करते हैं।

चरण 3. हम भिन्नों को तुल्य भिन्नों में बदलते हैं

चरण 4. हम सजातीय भिन्नों को जोड़ते हैं।

चरण 5. हम योगफल को सरलतम रूप में लिखते हैं।

चरण 6. यदि भिन्न अपने सरलतम रूप में एक विषम भिन्न होती है तो हम उसे आवश्यकतानुसार मिश्र भिन्न के रूप में लिखते हैं।

उदाहरण 15. $3\frac{1}{4}$ और $4\frac{5}{6}$ का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

$3\frac{1}{4} = \frac{3\times4+1}{4} = \frac{13}{4}$

और $4\frac{5}{6} = \frac{4\times6+5}{6} = \frac{29}{6}$

अब 4 और 6 का ल.स. = 12

$\frac{13}{4} = \frac{13\times3}{4\times3} = \frac{39}{12}$

और $\frac{29}{6} = \frac{29\times2}{6\times2} = \frac{58}{12}$

अतः $3\frac{1}{4} + 4\frac{5}{6} = \frac{13}{4} + \frac{29}{6}$

$= \frac{39}{12} + \frac{58}{12} = \frac{39+58}{12}$

$= \frac{97}{12} = 8\frac{1}{12}$ उत्तर

अभ्यास 4.4

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(1) सजातीय भिन्नों को जोड़ने के लिए भिन्न के ..... को जोड़कर लिखते हैं तथा हर ज्यों का त्यों लिखते हैं।

(2) विजातीय भिन्नों को जोड़ने के लिए इन्हें पहले ..... भिन्नों में बदलकर सजातीय भिन्न बना लेते हैं।

2. योगफल ज्ञात कीजिए :

(1) $\frac{2}{4}+\frac{3}{8}$	(2) $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}$	(3) $\frac{1}{4}+\frac{3}{10}+\frac{4}{2}$
(4) $7+\frac{2}{3}+\frac{9}{10}$	(5) $7+3+\frac{11}{12}$	(6) $5+\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$
(7) $\frac{9}{1}+\frac{21}{20}+5$	(8) $3+1\frac{1}{4}+2\frac{1}{8}$	(9) $3\frac{3}{4}+4\frac{1}{4}+5\frac{1}{2}$
(10) $\frac{9}{10}+2\frac{1}{2}+5$	(11) $3+4\frac{3}{4}+1\frac{2}{3}$	(12) $5\frac{3}{7}+3\frac{1}{4}+3\frac{2}{7}$

भिन्नों के योग के शाब्दिक प्रश्न

उदाहरण 16. लीला ने एक डबल रोटी का $\frac{4}{9}$ भाग खाया और उसके भाई ने उसी डबल रोटी का $\frac{3}{9}$ भाग खाया। बताइए दोनों ने मिलकर कुल कितनी डबल रोटी खाई?

हल : लीला द्वारा खाई गई डबल रोटी $=\frac{4}{9}$

उसके भाई द्वारा खाई गई डबल रोटी $=\frac{3}{9}$

दोनों ने खाई कुल डबल रोटी $=\frac{4}{9}+\frac{3}{9}=\frac{4+3}{9}=\frac{7}{9}$

अतः दोनों ने मिलकर डबल रोटी का $\frac{7}{9}$ भाग खाया।

अभ्यास 4.5

1. राकेश अपनी आय का $\frac{4}{9}$ भाग भोजन पर और $\frac{1}{9}$ भाग आवास पर खर्च करता है। राकेश भोजन और आवास पर आय का कितना भाग खर्च करता है?

2. कमला ने खेत के $\frac{2}{8}$ भाग की कल और $\frac{5}{8}$ भाग की आज निराई की। बताइए दोनों दिनों में उसने कितने खेत की निराई की?

3. मोहिन ने सोमवार को $\frac{3}{10}$ भाग दीवार और मंगलवार को $\frac{4}{10}$ भाग दीवार की चुनाई की। बताइए दोनों दिनों में मोहिन ने कितनी भाग दीवार की चुनाई की?

4. घीसा ने दो दिन दीवार की पुताई की। एक दिन उसने $\frac{3}{9}$ दीवार की पुताई की। दूसरे दिन उसने $\frac{4}{9}$ दीवार की पुताई की। बताइए दोनों दिनों में उसने कितनी दीवार की पुताई की?

5. राधा ने अपने धन का $\frac{1}{7}$ भाग किताबों पर और $\frac{4}{7}$ भाग खाने पर व्यय किया। बताइए उसने खाने और किताबों पर कुल कितना व्यय किया?

6. एक मेंढक पहली बार में $\frac{2}{10}$ मीटर कूदा, दूसरी बार में $\frac{3}{10}$ मीटर कूदा और तीसरी बार में $\frac{4}{10}$ मीटर कूदा। बताइए वह कुल कितने मीटर कूदा?

7. सोहन ने मंगलवार को $\frac{7}{10}$ भाग खेत की सिंचाई की और बुधवार को $\frac{3}{10}$ भाग की सिंचाई की। बताइए दो दिनों में उसने कितने खेत की सिंचाई की?

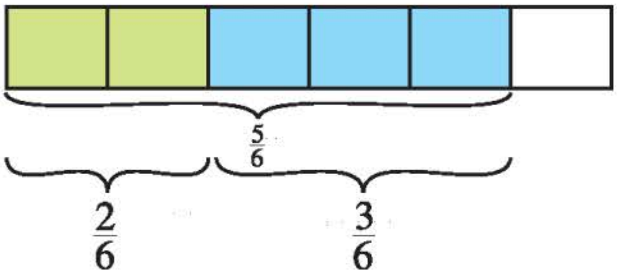
भिन्नों का घटाना

(अ) सजातीय भिन्नों का घटाना

उदाहरण 17. $\frac{5}{6}$ में से $\frac{3}{6}$ घटाइए।

हल : $\frac{5}{6}$ और $\frac{3}{6}$ भिन्नों के हर समान हैं।

चित्र की सहायता से भिन्नों को घटाने पर,



$$\frac{5}{6}-\frac{3}{6}=\frac{2}{6}$$

> अतः सजातीय भिन्नों को घटाने के लिए पहले भिन्न के अंश में से दूसरे भिन्न के अंश को घटाकर लिखते हैं तथा हर ज्यों का त्यों लिखते हैं।

उदाहरण 18. $\frac{8}{3}$ में से $\frac{6}{3}$ घटाइए।

हल : $\frac{8}{3}-\frac{6}{3}=\frac{2}{3}$

(ब) विजातीय भिन्नों का घटाना

दो विजातीय भिन्नों में अंतर ज्ञात करने की प्रक्रिया लगभग वही होती है जो दो विजातीय भिन्नों का योगफल ज्ञात करने की है। हम कुछ उदाहरणों को देखते हैं

उदाहरण 19. $\frac{2}{5}$ में से $\frac{1}{4}$ घटाइए।

हल : यहाँ पर दी गई भिन्ने विजातीय हैं। अतः हम पहले उनको सजातीय भिन्नों में बदलते हैं। 5 और 4 का लघुत्तम समापवर्त्य 20 होता है।

अतः $\frac{2}{5}-\frac{1}{4}=\frac{8}{20}-\frac{5}{20}=\frac{8-5}{20}=\frac{3}{20}$

उदाहरण 20. $\frac{6}{7}$ और $\frac{3}{5}$ का अंतर ज्ञात कीजिए

हल : यहाँ पर दी हुई भिन्न विजातीय हैं। इन्हें सजातीय भिन्नों में बदल लेते हैं। 7 और 5 का लघुत्तम समापवर्त्य 35 होता है।

अतः $\frac{6}{7}-\frac{3}{5}=\frac{30}{35}-\frac{21}{35}=\frac{30-21}{35}=\frac{9}{35}$

(स) मिश्र भिन्नों का घटाना

उदाहरण 21. $3\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}$ घटाइए

हल : $3\frac{3}{4}=\frac{15}{4},\ 2\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

4 और 2 का लघुत्तम समापवर्त्य 4 है। अतः हम दी हुई भिन्नों को 4 हर वाली तुल्य भिन्न के रूप में बदल लेते हैं।

$3\frac{3}{4}=\frac{15}{4}\quad ;\quad 2\frac{1}{2}=\frac{5\times2}{2\times2}=\frac{10}{4}$

$3\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}=\frac{15}{4}-\frac{10}{4}=\frac{15-10}{4}=\frac{5}{4}$

उदाहरण 22. बताइए कि $7\frac{1}{2}$ से $\frac{1}{7}$ कितना कम है?

हल : इसमें हमें $7\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{7}$ का अंतर निकालना है।

अतः $7\frac{1}{2}-\frac{1}{7}=\frac{15}{2}-\frac{1}{7}=\frac{105}{14}-\frac{2}{14}=\frac{105-2}{14}=\frac{103}{14}=7\frac{5}{14}$

$7\frac{1}{2}$ से $\frac{1}{7}$, $7\frac{5}{14}$ कम है। उत्तर

अभ्यास 4.6

1. अंतर ज्ञात कीजिए

(1) $\frac{5}{6}$ और $\frac{2}{3}$

(2) $13\frac{3}{4}$ और $6\frac{1}{4}$

(3) 8 और $3\frac{1}{2}$

(4) $9\frac{7}{8}$ और $1\frac{5}{6}$

2. ज्ञात कीजिए 'कितना कम है'?

(1) $3\frac{5}{6}$ से $\frac{1}{9}$

(2) $\frac{17}{4}$ से $\frac{4}{5}$

(3) $9\frac{1}{2}$ से $\frac{1}{3}$

(4) $4\frac{1}{2}$ से $1\frac{4}{5}$

3. $7\frac{2}{5}$ को प्राप्त करने के लिये $5\frac{1}{7}$ में क्या जोड़ना पड़ेगा?

4. 5 में से क्या घटाया जाए कि $4\frac{1}{6}$ रह जाए?

भिन्नों से संबंधित दैनिक जीवन की समस्याएँ

दैनिक जीवन में हमारे सामने ऐसी अनेक समस्याएँ आती हैं जिनमें भिन्नों को जोड़ने और घटाने की आवश्यकता पड़ती है। अब हम इस प्रकार की समस्याओं का हल करना सीखेंगे। अब हम कुछ उदाहरण करके देखते हैं।

उदाहरण 23. समान चौड़ाई के कपड़े के तीन टुकड़ों की लम्बाईयाँ $\frac{7}{10}$ मीटर, $\frac{1}{2}$ मीटर और $\frac{4}{5}$ मीटर है। तीनों को जोड़ने पर कितनी लम्बाई हो जावेगी?

हल : पहले टुकड़े की लम्बाई = $\frac{7}{10}$ मीटर

दूसरे टुकड़े की लम्बाई $=\frac{1}{2}$ मीटर

तीसरे टुकड़े की लम्बाई $=\frac{4}{5}$ मीटर

कपड़े की कुल लम्बाई $=\frac{7}{10}+\frac{1}{2}+\frac{4}{5}=\frac{7}{10}+\frac{5}{10}+\frac{8}{10}=\frac{7+5+8}{10}=\frac{20}{10}=2$ मीटर

$=\frac{7}{10}+\frac{1}{2}+\frac{4}{5}=2$ मीटर उत्तर

उदाहरण 24. एक लम्बी कूद प्रतियोगिता में गीता ने $2\frac{1}{4}$ मीटर और सुधा ने $1\frac{4}{5}$ मीटर लम्बी छलाँग लगाई। एक ने दूसरे की अपेक्षा कितनी अधिक छलाँग लगाई?

हल : गीता द्वारा लगाई गई छलाँग की लम्बाई $=2\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$ मीटर

सुधा द्वारा लगाई गई छलाँग की लम्बाई $=1\frac{4}{5}=\frac{9}{5}$ मीटर

अब $\frac{9}{4}=\frac{9\times5}{4\times5}=\frac{45}{20}$

$\frac{9}{5}=\frac{9\times4}{5\times4}=\frac{36}{20}$

अतः $\frac{9}{4}>\frac{9}{5}$

अतः गीता ने अधिक लम्बी छलाँग लगाई।

कितनी अधिक छलांग लगाई, यह निकालने के लिए दोनों भिन्नों का अंतर निकालना होगा।

$\frac{9}{4}-\frac{9}{5}=\frac{45}{20}-\frac{36}{20}=\frac{45-36}{20}=\frac{9}{20}$ मीटर

इस प्रकार गीता, सुधा से $\frac{9}{20}$ मीटर अधिक छलांग लगाई

अभ्यास 4.7

1. एक पेंटर एक मेज को पेंट करने में $\frac{3}{4}$ घंटे और एक कुर्सी को पेंट करने में $\frac{1}{3}$ घंटे लगाता है। उसे एक मेज और एक कुर्सी को पेंट करने में कुल कितना समय लगा?

2. राम ने $14\frac{7}{10}$ लीटर, रहीम ने $16\frac{3}{10}$ लीटर और जॉन ने 15 लीटर दूध एक महीने में पिया, तो बताइए तीनों ने मिलकर कितना दूध पिया?

3. एक गैस के सिलेण्डर में 15 कि.ग्रा. गैस भरी हुई थी। उसमें से $10\frac{3}{4}$ कि.ग्रा. गैस उपयोग में आ गई। बताइए सिलेण्डर में कितनी गैस बची है?

4. जीनत और शबीना ने 400 मीटर दौड़ में भाग लिया। जीनत को $72\frac{6}{10}$ सेकेण्ड और शबीना को $64\frac{3}{10}$ सेकेण्ड लगे। बताइए जीनत ने शबीना से कितना अधिक समय लगाया?

5. यदि $8\frac{1}{5}$ मीटर तार के टुकड़े में से $3\frac{1}{3}$ मीटर तार काट दिया जाए तो कितना तार बचेगा?

6. कौन सा अधिक है? $3\frac{1}{2}$ और $5\frac{1}{4}$ का योग या, $4\frac{3}{5}$ और $1\frac{1}{10}$ का अंतर।

7. शीला के पास एक रस्सी $7\frac{1}{4}$ मीटर, दूसरी रस्सी $5\frac{2}{3}$ मीटर और तीसरी रस्सी $6\frac{2}{5}$ मीटर लम्बी थी। उसके पास कुल कितनी मीटर लम्बी रस्सी थी?

8. दीनू सुबह 5 लीटर दूध लाया। उसकी माँ ने दिन भर में $4\frac{1}{4}$ लीटर दूध काम में ले लिया। कितना दूध बचा?

9. पीटर को अपने मित्र पॉल के पास जाने में साईकिल द्वारा $3\frac{1}{4}$ घंटे और मोटर साईकिल द्वारा $\frac{1}{2}$ घंटे लगते हैं। बताइए साईकिल द्वारा कितना समय अधिक लगता है?

10. हल कीजिए

(1) $2\frac{4}{5}+3\frac{4}{5}$ (2) $3\frac{1}{7}+4\frac{5}{6}$

(3) $2\frac{1}{4}+5\frac{1}{6}+1\frac{2}{3}$ (4) $3\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+2\frac{1}{3}$

(5) $\frac{8}{9}-\frac{1}{3}$ (6) $4\frac{5}{6}-2$

(7) $2\frac{4}{7}-1\frac{1}{7}$ (8) $2\frac{1}{3}-1\frac{1}{2}$

भिन्नों का गुणा

- भिन्न संख्याओं का पूर्णांक से गुणा।
- भिन्नात्मक संख्या का भिन्नात्मक संख्या से गुणा।

(अ) भिन्न संख्याओं का पूर्णांक से गुणा

जिस प्रकार प्राकृत संख्याओं में $7+7+7+7=7\times 4$ होता है। उसी प्रकार, भिन्न संख्याओं में भी $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times 4$ होता है।

अतः हम कह सकते हैं कि

$$\frac{1}{3}\times 4=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{1+1+1+1}{3}=\frac{4}{3}$$

अतः $\frac{1}{3}\times 4=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$

इस प्रकार हमने पूर्णांक संख्या 4 का भिन्न संख्या के अंश 1 में गुणा किया और प्राप्त विषम भिन्न को मिश्र भिन्न के रूप में लिखा।

उदाहरण 25. गुणा कीजिए $\frac{2}{3}$ को 4 से।

हल : $\frac{2}{3}\times 4=\frac{2\times 4}{3}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$

उदाहरण 26. हल कीजिए $\frac{3}{7}\times 2$

हल : $\frac{3}{7}\times 2=\frac{3\times 2}{7}=\frac{6}{7}$

उदाहरण 27. सुनील प्रतिदिन 45 मिनिट कबड्डी खेलता है। इस समय को घंटों में बदलिए और यह ज्ञात कीजिए कि सुनील 6 दिन में कितने घंटे कबड्डी खेलता है।

हल : सुनील द्वारा कबड्डी खेलने में एक दिन में लगाया गया समय = 45 मिनिट

$=\frac{45}{60}$ घंटे $=\frac{3}{4}$ घंटे

इस प्रकार सुनील द्वारा कबड्डी खेलने में 6 दिनों में लगाया गया समय

$=\left(\frac{3}{4}\times 6\right)$ घंटे

$=\frac{3\times 6}{4}=\frac{\cancel{18}}{\cancel{4}}=\frac{9}{2}$ घंटे $=4\frac{1}{2}$ घंटे

इस प्रकार सुनील कबड्डी खेलने में 6 दिन में $4\frac{1}{2}$ घंटे लगाता है।

अभ्यास 4.8

1. हल कीजिए

(1) $\frac{2}{3}\times 8$ (2) $\frac{3}{5}\times 9$ (3) $\frac{5}{2}\times 16$ (4) $\frac{4}{7}\times 14$

(5) $\frac{3}{4}\times 6$ (6) $\frac{8}{9}\times 12$ (7) $\frac{4}{7}\times 2$ (8) $\frac{8}{5}\times 25$

(9) $\frac{3}{5}\times 8$ (10) $2\times\frac{9}{10}$ (11) $3\times\frac{5}{6}$ (12) $4\times\frac{3}{16}$

2. गुणा कीजिए

(1) $\frac{2}{5}$ को 4 से (2) $\frac{9}{20}$ को 5 से

(3) $\frac{19}{25}$ को 50 से (4) $\frac{9}{2}$ को 4 से

3. मान ज्ञात कीजिए

(1) $\frac{9}{10} \times 5$ (2) $4\frac{1}{2} \times 9$ (3) $17\frac{1}{5} \times 5$

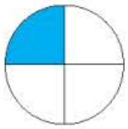
4. संगीता प्रतिदिन प्रातःकालीन व्यायाम में आधा घंटा लगाती है। ज्ञात कीजिए कि संगीता प्रति सप्ताह (1 सप्ताह = 7 दिन) कितना समय (घंटों में) प्रातःकालीन व्यायाम में लगाती है?

5 .एक स्कूल में सात कालखण्ड होते हैं। प्रत्येक कालखण्ड की अवधि $\frac{3}{4}$ घंटे की है। 7 कालखण्डों की कुल अवधि कितनी है?

भिन्नात्मक संख्या का भिन्नात्मक संख्या से गुणा

नीचे बनी आकृतियों का अवलोकन कीजिए

यदि 1 को दर्शाता है, तो

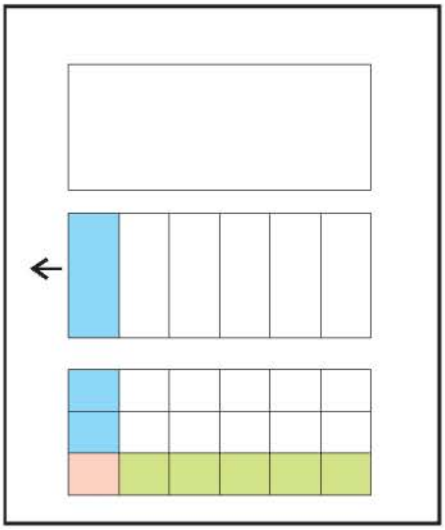
 $\frac{1}{4}$ को दर्शाता है, और

$\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{8}$ को दर्शाता है।

हम $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2}$ को $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ लिखते हैं।

इस प्रकार $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$ लिखते हैं।

पुनः आगे बनी आकृतियों को ध्यान से देखिए



यदि सामने बना चित्र 1 को दर्शाता है

तो छायांकित भाग $\frac{1}{6}$ को दर्शाएगा

तथा छायांकित भाग $\frac{1}{6}$ का $\frac{1}{3} = \frac{1}{18}$ दर्शाएगा

हम $\frac{1}{6}$ का $\frac{1}{3}$ को $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3}$ लिखते हैं।

इस प्रकार $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{6 \times 3} = \frac{1}{18}$ लिखते हैं।

इस प्रकार दो भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल वह भिन्न होती है, जिसका अंश भिन्नों के अंशों का गुणनफल तथा हर भिन्नों के हरों का गुणनफल होता है।

$$\text{भिन्नों का गुणा} = \frac{\text{भिन्नों के अंशों का गुणनफल}}{\text{भिन्नों के हरों का गुणनफल}}$$

इसी प्रकार, अब हम दो से अधिक भिन्नात्मक संख्याओं को गुणा कर उनका गुणनफल ज्ञात करें।

हम भिन्नात्मक संख्याओं $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ और $\frac{1}{6}$ को लें।

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{6} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{48}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 4 \times 6} = \frac{1}{48}$$

इस प्रकार हमें ज्ञात होता है कि दो या दो से अधिक भिन्नात्मक संख्याओं का गुणनफल वह भिन्न होती है जिसका अंश दी गई भिन्नों के अंश के गुणनफल तथा हर दी गई भिन्नों के

हर का गुणनफल होता है।

उदाहरण 28. $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{6}$ ज्ञात कीजिए।

हल : $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{6}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1\times1}{4\times6}=\frac{1}{24}$

इस प्रकार $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$

उदाहरण 29. ज्ञात कीजिए $\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}$

हल : $\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}=\frac{1\times1}{8\times8}=\frac{1}{64}$

इस प्रकार $\frac{1}{8}$ और $\frac{1}{8}$ का गुणनफल $\frac{1}{64}$ है।

उदाहरण 30. गुणा कीजिए $\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}$

हल : $\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1\times1\times1}{3\times5\times4}=\frac{1}{60}$

इस प्रकार $\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{60}$

उदाहरण 31. एक खेत के आधे भाग में सब्जी उगाई जाती है। इस हिस्से के $\frac{1}{5}$ में आलू उगाया जाता है। खेत का कितना सा भाग आलू उगाने के काम में लाया जाता है?

हल : सब्जी उगाने के काम में आने वाला खेत का भाग $=\frac{1}{2}$

आलू उगाने के काम में आने वाला खेत का भाग $=\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{5}$

अतः $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1\times1}{2\times5}=\frac{1}{10}$

इस प्रकार खेत का $\frac{1}{10}$ भाग आलू उगाने के काम में आता है।

अभ्यास 4.9

1. हल कीजिए

(1) $\frac{1}{10}$ का $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{6}$

2. हल कीजिए

(1) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{7}$ (2) $\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

3. रहीम के पास $\frac{1}{2}$ कि.ग्रा. टॉफियाँ है। टॉफियों का $\frac{1}{5}$ भाग वह राजू को दे देता है। राजू को कितने कि.ग्रा. टॉफियाँ दी जाती है।

अब नीचे दिए गए उदाहरण देखिए

गुणनफल ज्ञात कीजिए

उदाहरण 32. $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$

$=\frac{2\times3}{3\times4}=\frac{6}{12}$ या $\frac{1}{2}$

उदाहरण 33. $\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}$

$=\frac{2\times3}{3\times8}=\frac{6}{24}$ या $\frac{1}{4}$

उदाहरण 34. $\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}$

$$=\frac{5\times4}{6\times5}=\frac{20}{30}\text{ या }\frac{2}{3}$$

उदाहरण 35. $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$ का गुणनफल ज्ञात कीजिए

हल : $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}=\frac{2\times3\times5}{3\times4\times6}=\frac{(2\times3)\times5}{(3\times4)\times6}=\frac{6\times5}{12\times6}=\frac{30}{72}=\frac{5}{12}$

इस प्रकार $\frac{2}{3},\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{6}$ का गुणनफल $\frac{5}{12}$ है।

अभ्यास 4.10

हल कीजिए

(1) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{5}{9}$ (2) $\frac{5}{6}\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}$ (3) $\frac{4}{7}\times\frac{3}{7}\times\frac{8}{9}$

पूर्ण संख्या में भिन्नात्मक संख्या का भाग

पूर्ण संख्या में भाग की प्रक्रिया पर विचार करते हैं

$16 \div 16 = 1$ $16\div\frac{1}{2}= \square$?

$16 \div 8 = 2$ $16\div\frac{1}{4} = \square$?

$16 \div 4 = 4$

$16 \div 2 = 8$

$16 \div 1 = 16$

इन उदाहरणों से स्पष्ट है कि भाजक के आधे हो जाने पर भागफल पहले की तुलना में दो गुना हो जाता है। इन उदाहरणों से यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि-

$16 \div \frac{1}{2} = 16 \times 2 = 32$

$16 \div \frac{1}{4} = 16 \times 4 = 64$

इसी प्रकार

$27 \div 27 = 1$

$27 \div 9 = 3$

$27 \div 3 = 9$ $\qquad 27 \div \frac{1}{3} = \square$

$27 \div 1 = 27$ $\qquad 27 \div \frac{1}{9} = \square$

भाजक के एक तिहाई होने पर भागफल पहले की तुलना में तीन गुना हो जाता है।

इस प्रकार $27 \div \frac{1}{3} = 81$

अतः $27 \div \frac{1}{3} = 27 \times \frac{3}{1} = 81$

$27 \div \frac{1}{9} = 243$

अतः $27 \div \frac{1}{9} = 27 \times \frac{9}{1} = 243$

इन उदाहरणों से यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि

- भाजक के आधे होने पर भागफल दो गुना हो जाता है।
- भाजक के एक तिहाई होने पर भागफल तीन गुना हो जाता है।
- भाजक के एक चौथाई हो जाने पर भागफल चार गुना हो जाता है।

अभ्यास 4.11

बताइए

1. $2 \div \frac{1}{2} = \square$ 2. $2 \div \frac{1}{3} = \square$ 3. $5 \div \frac{1}{3} = \square$

4. $5 \div \frac{1}{4} = \square$ 5. $8 \div \frac{1}{6} = \square$ 6. $9 \div \frac{1}{4} = \square$

7. 12 लड्डुओं को एक-एक बाँटा जाये तो कितने बच्चों को मिलेगा?

8. 12 लड्डुओं को आधा-आधा बाँटा जाये तो कितने बच्चों को मिलेगा।

9. 12 लड्डुओं को एक तिहाई करके बाँटा जाए तो कितने बच्चों को मिलेगा?

हम जानते हैं कि $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$

अतः $16 \div 2 = 16 \times \frac{1}{2}$ $16 \div \frac{1}{3} = 16 \times 3$ $16 \div \frac{2}{3} = 16 \times \frac{3}{2}$

इसी प्रकार $12 \div \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3}$ $15 \div \frac{5}{6} = 15 \times \frac{6}{5}$

$= 12 \times \frac{4}{3} = 16$ $= 15 \times \frac{6}{5} = 18$

भिन्नात्मक संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम

किसी भिन्नात्मक संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम प्राप्त करने के लिये हम उसके अंश और हर को आपस में बदल देते हैं। जैसे भिन्नात्मक संख्या $\frac{11}{5}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{5}{11}$ होगा।

किसी भिन्न संख्या और उसके भिन्नात्मक प्रतिलोम का गुणा करने पर गुणनफल हमेशा 1 आएगा।

जैसे $\frac{7}{9}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{9}{7}$ है।

और $\frac{7}{9} \times \frac{9}{7} = 1$

याद रखिए 0 (शून्य) का कोई गुणात्मक प्रतिलोम नहीं होता है।

भिन्न में भिन्न से भाग

किसी भिन्न संख्या में दूसरी भिन्न संख्या का भाग देने के लिए हम पहली भिन्न संख्या में दूसरी भिन्न संख्या के गुणात्मक प्रतिलोम का गुणा करते हैं।

जैसे : $\frac{5}{7} \div \frac{6}{7}$ में, $\frac{6}{7}$ भाजक है, इसका गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{7}{6}$ है।

अतः $\frac{5}{7} \div \frac{6}{7} = \frac{5}{7} \times \frac{7}{6} = \frac{5}{6}$

इसी प्रकार, $\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{10}$

और $\frac{6}{5} \div \frac{7}{4} = \frac{6}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{24}{35}$

भिन्नात्मक संख्या में भिन्नात्मक संख्या का भाग देने के लिए :

- भाग देने वाली भिन्नात्मक संख्या (भाजक) का गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात करते हैं।
- पहली भिन्नात्मक संख्या (भाज्य) में भाजक के गुणात्मक प्रतिलोम का गुणा करते हैं।

अभ्यास 4.12

1. सरल कीजिए

(1) $\frac{4}{5} \div 6$ (2) $\frac{3}{2} \div 8$ (3) $\frac{2}{3} \div 9$ (4) $\frac{1}{7} \div 2$

(5) $\frac{4}{6} \div 6$ (6) $\frac{3}{4} \div 8$ (7) $\frac{2}{6} \div 9$ (8) $\frac{1}{7} \div 3$

2. हल कीजिए

(1) $3 \div \frac{2}{3}$ (2) $5 \div \frac{4}{5}$ (3) $3 \div \frac{3}{5}$ (4) $6 \div \frac{4}{3}$

(5) $3 \div \frac{3}{4}$ (6) $7 \div \frac{1}{2}$ (7) $4 \div \frac{2}{5}$ (8) $10 \div \frac{5}{6}$

3. ज्ञात कीजिए

(1) $\frac{2}{3} \div \frac{6}{7}$ (2) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$ (3) $\frac{2}{9} \div \frac{3}{8}$ (4) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{9}$

(5) $\frac{4}{7} \div \frac{7}{8}$ (6) $\frac{3}{10} \div \frac{2}{9}$ (7) $\frac{2}{5} \div \frac{7}{10}$ (8) $\frac{4}{5} \div \frac{8}{5}$

पाठ 5

दशमलव संख्याएँ एवं उन पर संक्रियाएँ

आइए सीखें :

- दशमलव की अवधारणा को समझना।
- रुपये-पैसे, किलोग्राम-ग्राम, लीटर-मिलीलीटर, मीटर-सेन्टीमीटर, किलो मीटर-मीटर, सेन्टीमीटर-मिलीमीटर को दशमलव संख्या में लिखना।
- दशमलव संख्या को भिन्न में व भिन्न को दशमलव संख्या में बदलना।
- दशमलव संख्याओं का जोड़ना, घटाना, गुणा व भाग कर सकना।

पिछली कक्षा में हमने स्थानीयमान तालिका से स्थानीयमान ज्ञात करना सीखा है। स्थानीय मान तालिका में हमने सीखा है कि प्रत्येक स्थान का मान उसके दाई ओर के स्थान के मान का दस गुणा हो जाता है। इसी प्रकार किसी स्थान का मान उसके बाई ओर के मान का दसवाँ भाग होता है।

आइए हम नीचे लिखी संख्याओं में 5 के स्थानीयमान पर विचार करें :

5363 $\rightarrow$ 5 का स्थानीयमान = 5000

3564 $\rightarrow$ 5 का स्थानीयमान = 500

6354 $\rightarrow$ 5 का स्थानीयमान = 50

4635 $\rightarrow$ 5 का स्थानीयमान = 5

इसी प्रकार हम स्थानीयमान तालिका का विस्तार इकाई के बाद आगे दसवाँ, सौवाँ, हजारवाँ और इसी प्रकार आगे अन्य स्थान तक बढ़ाकर करते हैं।

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवाँ	हजारवाँ
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

दशमलव की संकल्पना उन भिन्नों से भी सम्बन्धित है जिनके हर 10,100 या 1000 अथवा इसी प्रकार के होते हैं। इस प्रकार की भिन्नों को दशमलव भिन्न के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। दशमलव संख्या में दो भाग होते हैं। पहला भाग पूर्ण संख्या तथा दूसरा भाग

दशमलव संख्या का होता है। यदि किसी दशमलव संख्या में पूर्ण भाग न हो तो हम प्रायः दशमलव बिन्दु के पूर्व शून्य लिख देते हैं।

उदाहरण के लिए $\frac{604}{1000} = 0.604$

एक उदाहरण और देखे

$85 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100}$ को स्थानीयमान तालिका में इस प्रकार प्रदर्शित करते हैं

दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवाँ
8	5	2	3

तालिका में दिखायी गई संख्या को 85.23 के रूप में लिखा जाता है। ऐसी संख्या को दशमलव संख्या कहते हैं। इसे पच्यासी दशमलव दो तीन पढ़ते हैं। अतः बिन्दु (.) स्थानीयमान तालिका के ईकाई स्थान से दाहिनी ओर के विस्तार को प्रदर्शित करता है। इसे **दशमलव बिन्दु** कहा जाता है।

दशमलव संख्या में पूर्णांक भाग और दशमलव भाग को दशमलव बिन्दु पृथक करता है। जैसे :

29.51 में, 29 पूर्णांक और 51 दशमलव भाग है।

4.026 में पूर्णांक 4 है और दशमलव भाग 026 है।

आइए अब एक संख्या 4 पर विचार करते हैं

4 के 10 गुने को लिखते हैं। [40] 4 के 10वें भाग को लिखते हैं। [$\frac{4}{10}$]

4 के 100 गुने को क्या लिखेंगे? [ ] 4 के 100वें भाग को क्या लिखेंगे? [ ]

4 के 1000 गुने को क्या लिखेंगे? [ ] 4 के 1000वें भाग को क्या लिखेंगे? [ ]

दशमलव चिह्न (.) का उपयोग करते हुये हम

$\frac{4}{10}$ को [.4] लिखेंगे तथा पढ़ेंगे 'दशमलव चार'।

$\frac{4}{100}$ को .04 लिखेंगे तथा पढ़ेंगे 'दशमलव शून्य चार'।

$\frac{4}{1000}$ को .004 लिखेंगे तथा पढ़ेंगे 'दशमलव शून्य शून्य चार'।

$\frac{4}{10000}$ को ______ लिखेंगे तथा पढ़ेंगे ....।

$\frac{7}{10}$ को ______ लिखेंगे तथा पढ़ेंगे ....।

$\frac{8}{100}$ को ______ लिखेंगे तथा पढ़ेंगे ....।

$\frac{3}{1000}$ को ______ लिखेंगे तथा पढ़ेंगे ....।

$\frac{13}{100}$ को .13 लिखेंगे तथा पढ़ेंगे 'दशमलव एक तीन'।

$\frac{58}{100}$ को ______ लिखेंगे तथा पढ़ेंगे ....।

नीचे बनी सारणी का अवलोकन कीजिए तथा दशमलव का अर्थ समझिए

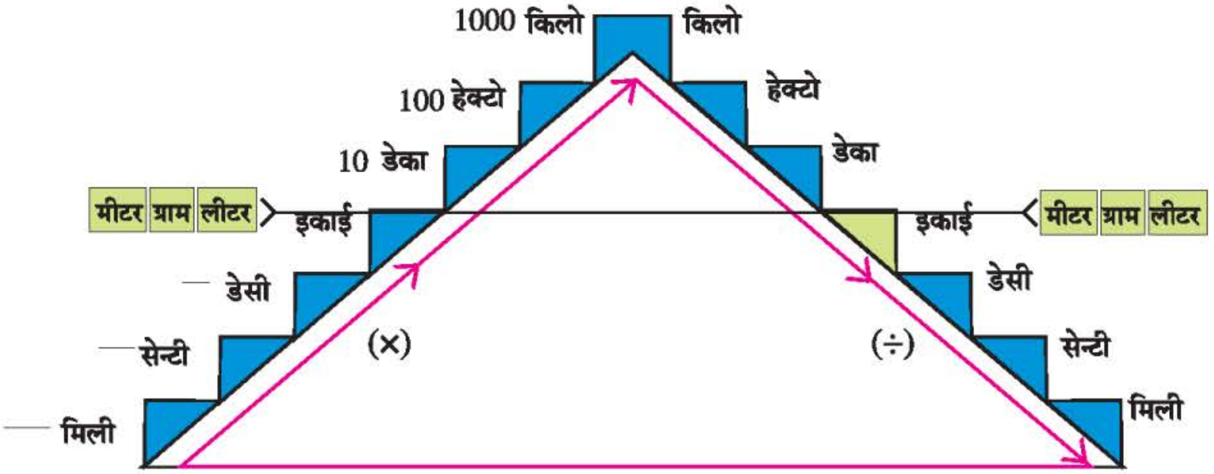
चित्र	चित्र में दर्शाई संख्या	भिन्न रूप	दशमलव रूप
	एक दसवाँ भाग	$\frac{1}{10}$	0.1
	दो दसवे भाग	$\frac{2}{10}$	0.2
	छ: दसवे भाग	$\frac{6}{10}$	0.6
	नौ दसवे भाग	$\frac{9}{10}$	0.9

स्थानीय मान सारणी पर संख्याओं को देखिए और रिक्त स्थान भरिए

दहाई	इकाई	दसवाँ	भिन्न रूप	दशमलव रूप
0	3	4	$3\frac{4}{10}$	3.4
8	3	4	$83\frac{4}{10}$	83.4
9	0	7	$90\frac{7}{10}$	90.7
4	6	8	$46\frac{8}{10}$	46.8
5	7	6	....	....
8	5	2	....	....

- दशमलव के दाहिनी ओर के अंकों को अलग-अलग करके पढ़ा जाता है चाहे उसमें शून्य भी हो।
- दशमलव भाग का मान हमेशा 1 से कम होता है।
- दशमलव भाग के अन्त में कितने भी शून्य रखने पर उसका मान नहीं बदलता है।

इकाई परिवर्तन की सीढ़ी को देखिए



तालिका में इकाई के दोनों ओर के अंकों के मान देख सकते हैं। पहले अंक का मान इकाई के दाहिने ओर 10 है तथा बाईं ओर $\frac{1}{10}$ है।

उदाहरण 1. निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को स्थानीयमान तालिका में व्यक्त कीजिए।

हल : 29.85, 9.06, 76.306

	दहाई (10)	इकाई (1)	दसवाँ	सौवाँ	हजारवाँ
29.85	2	9	8	5	
9.06		9	0	6	
76.306	7	6	3	0	6

अभ्यास 5.1

1. निम्नलिखित को अंकों में लिखिए।

(1) दो सौ आठ दशमलव चार, शून्य, सात।

(2) तीन सौ दशमलव शून्य, शून्य, तीन।

(3) शून्य दशमलव एक शून्य, एक।

(4) पाँच हजार बासठ दशमलव शून्य, दो, तीन।

(5) शून्य दशमलव शून्य, दो, तीन।

2. निम्नलिखित को शब्दों में लिखिए।

(1) 523.146 (2) 206.007

(3) 0.307 (4) 31.506

(5) 7002.005

3. दशमलव भिन्न के रूप में लिखिए।

(1) $\frac{4}{10}$ (2) $\frac{14}{100}$

(3) $\frac{6}{1000}$ (4) $\frac{135}{1000}$

(5) $7\frac{4}{10}$

4. भिन्न को दशमलव रूप में लिखिए

(1) $\frac{9}{10}$ (2) $\frac{5}{10}$ (3) $\frac{7}{10}$ (4) $\frac{6}{10}$

(5) $\frac{8}{10}$ (6) $\frac{17}{100}$ (7) $\frac{51}{1000}$ (8) $\frac{762}{1000}$

5. दशमलव को भिन्न के रूप में लिखिए

(1) 0.4 (2) 0.3 (3) 0.9 (4) 0.7

(5) 0.63 (6) 0.98 (7) 0.09 (8) 0.007

6. दशमलव संख्याओं को पढ़िए और शब्दों में लिखिए

(1) 3.5 (2) 10.20 (3) 8.6 (4) 5.08

7. बढ़ते क्रम में लिखिए

(1) 5.02, 5.19, 5.12 (2) 10.8, 1.08, 8.01

(3) 0.8, 0.09, 0.11

8. दशमलव को साधारण भिन्न में बदलिए तथा लघुत्तम रूप में लिखिए

(1) 0.14 (2) 0.25 (3) 1.75

(4) 2.15 (5) 6.10 (6) 0.075

सेंटीमीटर-मिलीमीटर को दशमलव संख्या में लिखना

हम जानते हैं :

1. सेंटीमीटर में 10 मिलीमीटर होते हैं। एक मिलीमीटर, सेंटीमीटर का 10वां भाग होता है।

1 मि.मी. $= \frac{1}{10}$ से.मी. $= 0.1$ से.मी. 5 मि.मी. $= \frac{5}{10}$ से.मी. $= 0.5$ से.मी.

4 से. मी. 6 मि.मी. = 4.6 से.मी. | 12 से.मी. 7 मि.मी. = 12.7 से.मी.

मीटर-सेंटीमीटर को दशमलव में लिखना

1 मीटर में 100 सेंटीमीटर होते हैं। 1 से.मी., मीटर का 100वाँ भाग होता है।

1 से.मी. = $\frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर

10 से.मी. = $\frac{10}{100}$ मी. = 0.10 मी.

25 से.मी. = $\frac{25}{100}$ मी. = 0.25 मी.

7 मी. 12 से.मी. = 7.12 मी.

18 मीटर 6 से.मी. = 18.06 मीटर

किलोमीटर- मीटर को दशमलव संख्या में लिखना

हम जानते हैं :

1 किलोमीटर में 1000 मीटर होते हैं। एक मीटर, किलोमीटर का 1000वाँ भाग होता है।

1 मीटर = $\frac{1}{1000}$ कि.मी. = 0.001 कि.मी., 5 मी. = $\frac{5}{1000}$ कि.मी. = 0.005 कि.मी.।

20 मीटर = $\frac{20}{1000}$ कि.मी. = 0.020 कि.मी., 735 मी.= $\frac{735}{1000}$ कि.मी.= 0.735 कि.मी.

900 मी. = $\frac{900}{1000}$ कि.मी. = 0.900 कि.मी., 8 कि.मी. 625 मी. = 8.625 कि.मी.

27 कि.मी. 75 मी. = 27.075 कि.मी.।

रुपये-पैसों को दशमलव संख्या में लिखना

हम जानते हैं

1 रुपये में 100 पैसे होते हैं। एक पैसा, रुपये का 100वाँ भाग होता है।

1 पैसा $= ₹\frac{1}{100} = ₹0.01$

5 पैसा $= ₹\frac{5}{100} = ₹0.05$

45 पैसा $= ₹\frac{45}{100} = ₹0.45$

60 पैसा $= ₹\frac{60}{100} = ₹0.60$

₹8 एवं 90 पैसा = ₹8.90

₹27 एवं 6 पैसा = ₹27.06

किलोग्राम-ग्राम को दशमलव संख्या में लिखना

हम जानते हैं :

1 किलोग्राम में 1000 ग्राम होते हैं। एक ग्राम, किलोग्राम का 1000वाँ भाग होता है।

1 ग्राम $= \frac{1}{1000}$ कि.ग्रा. $= 0.001$ कि.ग्रा.

6 ग्राम $= \frac{6}{1000}$ कि.ग्रा. $= 0.006$ कि.ग्रा.

25 ग्राम $= \frac{25}{1000}$ कि.ग्रा. $= 0.025$ कि.ग्रा.

50 ग्राम $= \frac{50}{1000}$ कि.ग्रा. $= 0.050$ कि.ग्रा.

250 ग्राम $= \frac{250}{1000}$ कि.ग्रा. $= 0.250$ कि.ग्रा.

800 ग्राम $= \frac{800}{1000}$ कि.ग्रा. $= 0.800$ कि.ग्रा.

किलोग्राम और ग्राम को किलोग्राम में लिखना

2 कि.ग्रा. 80 ग्राम = 2.080 कि.ग्रा.	5 कि.ग्रा. 30 ग्राम = 5.030 कि.ग्रा.
3 कि.ग्रा. 520 ग्राम = 3.520 कि.ग्रा.	2 कि.ग्रा. 700 ग्राम = 2.700 कि.ग्रा.
1 कि.ग्रा. 85 ग्राम = 1.085 कि.ग्रा.	3 कि.ग्रा. 400 ग्राम = 3.400 कि.ग्रा.

लीटर-मिलीलीटर को दशमलव संख्या में लिखना

हम जानते हैं-

1 लीटर में 1000 मिलीलीटर होते हैं। एक मि.ली., लीटर का 1000 वाँ भाग होता है।

1 मि.ली. = $\frac{1}{1000}$ ली. = 0.001 ली. 5 मि.ली. = $\frac{5}{1000}$ ली. = 0.005 ली.

30 मि.ली. = $\frac{30}{1000}$ ली. = 0.030 ली. 50 मि.ली. = $\frac{50}{1000}$ ली.= 0.050 ली.

200 मि.ली. = $\frac{200}{1000}$ ली. = 0.200 ली. 600 मि.ली. = $\frac{600}{1000}$ ली.= 0.600 ली.

अभ्यास 5.2

दशमलव संख्याओं में लिखिए

(1) ₹7 एवं 20 पैसे (2) ₹12 एवं 5 पैसे (3) ₹ 10 एवं 50 पैसे

(4) ₹6 एवं 30 पैसे (5) 10 कि.ग्रा. 430 ग्रा. (6) 4 कि.ग्रा. 750 ग्रा.

(7) 1 कि.ग्रा. 525 ग्रा. (8) 7 ली. 60 मि.ली. (9) 3 ली. 250 मि.ली.

(10) 5 मीटर 5 सेमी. (11) 11 मीटर 100 सेमी. (12) 3 कि.मी. 500 मी.

(13) ₹5 एवं 5 पैसे (14) 15 कि.ग्रा. 5 ग्राम (15) 35 कि.मी. 45 मीटर

भिन्न को दशमलव संख्या तथा दशमलव संख्या को भिन्न में बदलना

उदाहरण 2. $14\frac{1}{2}$ को दशमलव भिन्न में बदलिए।

हल : $14\frac{1}{2} = 14 + \frac{1}{2}$

अब $\frac{1}{2}$ को 10 हर वाली भिन्न में बदलते हैं।

$= \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10} = 0.5$

$= 0.5$

अत: $14 + 0.5$

दशमलव भिन्न $= 14.5$

अत: $14\frac{1}{2}$ की दशमलव भिन्न $= 14.5$ है।

उदाहरण 3. $5\frac{1}{40}$ को दशमलव भिन्न में बदलिए।

हल : $5\frac{1}{40} = 5 + \frac{1}{40}$

$= 5 + \frac{1}{40} \times \frac{25}{25} = \frac{25}{1000}$

$5\frac{1}{40} = 5 + .025$

$= 5.025$

इसी प्रकार

उदाहरण 4. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$ जैसी संख्याओं को भी 10, 100 या 1000 को हर के रूप में रखकर भिन्न को दशमलव में लिखा जा सकता है।

(1) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10} = 0.5$

(2) $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{10} = 0.4$

(3) $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = 0.75$

हम जानते हैं

$0.2 = \frac{2}{10}$, $0.6 = \frac{6}{10}$

(अ) $3.8 = 3 + \frac{8}{10} \left(3 \times \frac{10}{10} + \frac{8}{10}\right)$

$= \frac{30}{10} + \frac{8}{10} = \frac{38}{10}$

(ब) $0.25 = \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100}$

(स) $4.51 = 4 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$

$= \frac{400}{100} + \frac{50}{100} + \frac{1}{100}$

$= \frac{451}{100}$

सभी भिन्नें को 100 हर वाली भिन्न में बदला

(द) $8.302 = 8 + \frac{3}{10} + \frac{0}{100} + \frac{2}{1000}$

$= \frac{8000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{0}{1000} + \frac{2}{1000}$

$= \frac{8302}{1000}$

उपरोक्त उदाहरणों में हम देखते हैं कि दशमलव भिन्न को भिन्न में बदलने के लिए "दशमलव भिन्न में से दशमलव को हटाकर हर में 1 लिखते हैं, और दशमलव चिह्न के बाद जितने अंक हैं, उतने शून्य 1 के बाद लगाते हैं।"

अभ्यास 5.3

1. भिन्न में बदलिए

(1) 0.05	(2) 0.25	(3) 0.345
(4) 2.75	(5) 3.075	(6) 17.1

(7) 20.181 (8) 1.250 (9) 0.705

(10) 0.180

2. दशमलव भिन्न में बदलिए

(1) $\frac{8}{10}$ (2) $\frac{17}{10}$ (3) $12\frac{8}{10}$

(4) $9\frac{14}{25}$ (5) $6\frac{9}{20}$ (6) $\frac{8}{1000}$

(7) $12\frac{1}{2}$ (8) $\frac{30}{100}$ (9) $\frac{50}{100}$

3. दशमलव भिन्न के रूप में लिखिए

(1) $6+\frac{3}{10}+\frac{8}{100}+\frac{9}{1000}$ (2) $87+\frac{7}{100}$

(3) $9+\frac{9}{1000}$ (4) $4+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}+\frac{3}{1000}$

दशमलव भिन्नों की तुलना

दो दशमलव भिन्नों की तुलना करने के लिए दोनों भिन्नों में बायीं ओर से अंकों की तुलना करते हैं। जिस दशमलव भिन्न में बड़ा अंक प्राप्त हो जाता है वही बड़ी दशमलव भिन्न होती है।

जैसे 31.528 तथा 31.554

तुलना करने के पर

3 1 . 5 2 8

3 1 . 5 (5) 4

देखिए दहाई से लेकर दशमलव के पहले स्थान तक अंक समान हैं किन्तु दशमलव के दूसरे स्थान पर दूसरी दशमलव भिन्न में 5 है जो पहली दशमलव भिन्न के दूसरे स्थान के अंक 2 से बड़ा है।

अत: $31.554 > 31.528$

दशमलव भिन्नों की तुलना करने के लिए दोनों भिन्नों को ठीक ऊपर नीचे लिखिए अर्थात दोनों भिन्नों के दशमलव चिह्न (.) ठीक ऊपर नीचे हों। इसी प्रकार पूर्ण संख्या इकाई, दहाई, सैकड़ा इत्यादि तथा दशमलव भाग के पहले, दूसरे तथा तीसरे स्थान ठीक ऊपर नीचे लिखे जाने से तुलना करने में त्रुटि नहीं होगी।

उदाहरण 5. 0.584 तथा 0.598 की तुलना कीजिए

हल : 0.584

0.5(9)8

दोनों दशमलव भिन्नों में तुलना करने पर दशमलव के दूसरे स्थान पर दूसरी भिन्न का अंक 9 तथा पहली भिन्न का अंक 8 है।

अत: $0.598 > 0.584$

दशमलव संख्याओं का जोड़

देखिए और समझिए

उदाहरण 6. 12.6 और 34.7 को जोड़िए

हल :

$$\begin{array}{r} 12.6 \\ +\,34.7 \\ \hline 47.3 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 7. 5 और 0.3 को जोड़िए।

हल :

$$\begin{array}{r} 5.0 \\ +\,0.3 \\ \hline 5.3 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 8. 2.510 और 16.145 को जोड़िए

हल :

$$\begin{array}{r} 2.510 \\ +\,16.145 \\ \hline 18.655 \\ \hline \end{array}$$

उदाहरण 9. 27.52, 1.2 और 4.038 को जोड़िए

हल :

$$\begin{array}{r} 27.520 \\ 1.200 \\ +\,4.038 \\ \hline 32.758 \\ \hline \end{array}$$

- दशमलव संख्याओं के जोड़ने में जोड़ी जाने वाली संख्याओं को इस प्रकार लिखते हैं कि प्रत्येक दशमलव संख्या का दशमलव (.) ठीक ऊपर नीचे रहे।
- बाकी अंकों को उनके स्थान पर लिखते हैं।
- साधारण जोड़ की तरह अंकों को जोड़ते हैं।
- दशमलव को दशमलव के स्थान पर ही रखते हैं।

उदाहरण 10. रमेश ने ₹162.50 की पुस्तकें, ₹ 95.75 की कापियां और 36.70 की पेन-पेंसिल खरीदी। तो उसने कुल कितने रुपये खर्च किए?

हल : रमेश द्वारा किया गया खर्च

पुस्तकें खरीदने में	₹ 162.50
कॉपियां खरीदने में	₹ 95.75
पेन-पेंसिल खरीदने में	₹ 36.70
कुल खर्च =	₹294.95

रमेश ने कुल ₹294.95 खर्च किये। उत्तर

अभ्यास 5.4

1. जोड़िए

(1) 13.7, 71.3 और 7

(2) 9.07, 15.86 और 27.95

(3) $9.37 + 26.3 + 5.08$

(4) $1.03 + 0.452 + 0.08 + 0.92$

(5) $35.17 + 9.24 + 26.03$

2. एक शहर में पहले तीन दिनों में 4.55 सेमी, 2.8 सेमी और 3.75 सेमी वर्षा हुई, तो उस शहर में तीनों दिनों में कुल कितनी वर्षा हुई?

3. एक मजदूर ने पहले दिन ₹ 45.00 दूसरे दिन 62.50 रु. तथा तीसरे दिन ₹60.25 कमायें तो बताइए उसने कुल कितने रुपये कमाये?

4. रंजीता ने ₹ 85.50 में एक जोड़ी जूते, ₹ 12.75 में एक जोड़ी मोजे और ₹ 36.60 में एक बैग खरीदा। बताइए उसने कुल कितने रुपये खर्च किए।

दशमलव का घटाना

उदाहरण 11. एक छड़ की लम्बाई 6.05 मी है। इसमें से 2.78 मी. लम्बाई की छड़ काटी गई। बची हुई छड़ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : छड़ की लम्बाई = 6.05 मी.

काटी गई छड़ की लम्बाई = 2.78 मी.

= 6.05 मी.

– 2.78 मी.

अत: बची हुई छड़ की लम्बाई = 3.27 मी.

दशमलव का घटाना भी पूर्ण संख्याओं की तरह ही किया जाता है। दी गई संख्याओं में दशमलव के ठीक नीचे दशमलव लगाते हैं।

अभ्यास 5.5

1. हल कीजिए

(1)	(2)	(3)
4.25 ली.	20.65 मी.	5.15 कि.मी.
– 3.45 ली.	– 8.97 मी.	– 1.28 कि.मी.
______	______	______

2. मान बताइए

(1) 17 डेसी मी. – 35 सेमी

(2) 15 डेकामी – 95 मीटर

3. रमेश का घर विद्यालय से 4.5 किमी की दूरी पर है। दीपक का घर विद्यालय से 2.0 किमी. दूर है। विद्यालय से किसका घर दूर है और कितना अधिक दूर है?

4. रहीम ने ₹ 3.75 के आलू, ₹ 2.50 की गोभी और ₹ 0.50 की धनिया खरीदी। यदि उसके पास कुल ₹ 10 थे तो उसके पास कितने रुपये बचे?

दशमलव संख्या का गुणा

दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या से और दशमलव संख्या से गुणा करना।

दशमलव संख्या का पूर्ण संख्या से गुणा

हम जानते हैं कि $0.1 \times 4 = 0.1+0.1+0.1+0.1$

$= 0.4$

अतः $0.1 \times 4 = 0.4$

इसी प्रकार $0.2 \times 6 = 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2$

$= 1.2$

अतः $0.2 \times 6 = 1.2$

उदाहरण 12. 0.6×0.4 से गुणा कीजिए।

हल : $= 0.6 \times 0.4$

$= \frac{6}{10} \times \frac{4}{10}$

$= \frac{24}{100} = 0.24$

उदाहरण 13. 12.25 और 3.4 का गुणा कीजिए।

हल : 12.25×3.4

पहले 1225 और 34 का गुणा करते हैं।

$$
\begin{array}{rl}
1225 & \\
\times\ 34 & \\
\hline
4900 & \leftarrow 1225 \times 4 \\
36750 & \leftarrow 1225 \times 3 \\
\hline
41650 &
\end{array}
$$

हम देखते हैं संख्या 12.25 और 3.4 में दशमलव के दाहिनी ओर क्रमशः दो (.25) और एक (.4) अंक है। कुल मिलाकर दशमलव के दाहिनी ओर तीन अंक हैं। गुणनफल में दाहिनी ओर से तीन अंक गिनकर दशमलव लगावेंगे।

$$1225 \times 34 = 41650$$

अतः $12.25 \times 3.4 = 41.650$ या 41.65

अभ्यास 5.6

1. गुणा कीजिए

(1) 3.38×1.2 (2) 19.05×0.5

(3) 25.43×4.6 (4) 325.4×6.94

2. खाली जगह भरिए।

(1) $2.4 \times 0.5 = \frac{\square}{10} \times \frac{5}{\square}$ (2) $0.25 \times 0.5 = \frac{25}{\square} \times \frac{5}{\square}$

दशमलव संख्याओं का भाग

उदाहरण 14. हल कीजिए $0.16 \div 0.4$

हल : $0.16 \div 0.4 = \frac{0.16}{0.4}$

$$= \frac{0.16}{0.4} \times \frac{10}{10}$$

$$= \frac{1.6}{4}$$

$$= 0.4$$

$$4\overline{)1.6}\quad 0.4$$
$$\underline{1.6}$$
$$00$$

दशमलव संख्या से भाग देते समय पहले हर को पूर्णांक में बदल लेते हैं।

उदाहरण 15. हल कीजिए $18.515 \div 1.15$

हल : $18.515 \div 1.15$

$$= \frac{18.515}{1.15}$$

$$= \frac{18.515}{1.15} \times \frac{100}{100}$$

$$= \frac{1851.5}{115}$$

$$\begin{array}{r} 16.1 \\ 115\overline{)\,18515} \\ -115 \\ \hline 701 \\ -\ 690 \\ \hline 115 \\ -\ 115 \\ \hline 000 \end{array}$$

हर को पूर्णांक में बदलने के लिये अंश और हर में 100 का गुणा किया है।

अभ्यास 5.7

1. हल कीजिए

(1) $2.525 \div 0.5$ (2) $9.645 \div 0.07$

(3) $0.112 \div 1.4$ (4) $0.3432 \div 0.26$

उदाहरण 16. 1.7 मी. लम्बी लोहे की छड़ की तौल 5.44 किग्रा. है। एक मीटर लम्बी छड़ का तौल ज्ञात कीजिए।

हल : 1.7 मी. लम्बी छड़ की तौल = 5.44 किग्रा.

1 मी. लम्बी छड़ की तौल $= \frac{5.44}{1.7}$ कि.ग्रा.

$$= \frac{5.44}{1.7} \times \frac{10}{10} = \frac{54.4}{17}$$

= 3.2 कि.ग्रा.

अत: 1 मीटर लम्बी छड़ की तौल = 3.21 कि.ग्रा.

अभ्यास 5.8

1. एक किलो ग्राम आलू का मूल्य ₹ 8.50 है। 2.5 किग्रा. आलू का मूल्य क्या होगा?
2. 8.6 मी. लम्बे तार से 4.3 मी. लम्बाई के कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं।
3. एक कनस्तर में 16 लीटर तेल आता है। इससे 0.85 लीटर धारिता की कितनी बोतले भरी जा सकती है? तथा कितना तेल बचेगा?

4. जोड़िए

(1) 9.9, 2.14 और 2.561 (2) 9.07, 15.86 और 27.95

5. हल कीजिए।

(1) 2.36 – 2.235 (2) 26.065 – 18.575

6. विवेक ने रजाई में 4.5 कि.ग्रा. तथा गद्दे में 3.750 किग्रा रुई भरवायी। उसने कुल कितनी रुई भरवाई।

7. 1 मीटर कपड़े का मूल्य ₹ 26.75 है तो 13 मीटर कपड़े का मूल्य क्या होगा?

8. एक ग्वाले के पास 25.5 लीटर दूध था। उसने 18.750 लीटर दूध बेच दिया तो उसके पास कितना दूध बचा?

9. एक लीटर पेट्रोल की कीमत ₹ 52.25 है तो 8 लीटर पेट्रोल की क्या कीमत होगी।

10. 100 पेज की पाँच कॉपियों का मूल्य ₹ 80.50 है तो एक कॉपी का मूल्य क्या होगा?

विविध प्रश्नावली 1

1. शब्दों में लिखिए

   (i) 1023 (ii) 31125 (iii) 60,005 (iv) 1,52,375

2. निम्न संख्याओं को अंकों में लिखिए

   (i) पाँच हजार एक सौ नौ (ii) तीस हजार दो सौ सात

   (iii) चार लाख बीस हजार एक (iv) तीस लाख बत्तीस हजार चार सौ पंद्रह।

3. नीचे लिखे प्रश्न हल कीजिए

   (i) एक लाख में कितने हजार होते हैं?

   (ii) दस हजार में कितने सैकड़े होते हैं?

   (iii) एक हजार में कितने सैकड़े होते हैं?

   (iv) कितने लाख का एक करोड़ होता है?

4. रिक्त स्थान भरिये

   (i) तीन सम संख्याओं का योग सदैव ...... संख्या होती हैं।

   (ii) चार विषम संख्याओं का योग सदैव ..... संख्या होती हैं।

   (iii) दो सम और एक विषम संख्या का योग ..... संख्या होती हैं।

   (iv) सम और विषम संख्याओं का गुणनफल ...... संख्या होती हैं।

   (v) दो लगातार विषम संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ...... होगा।

   (vi) दो लगातार सम संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ..... होगा।

5. नीचे दी गई संख्याओं के क्रम की अगली और पिछली संख्याएँ लिखिए

   (i) ....., 7219, 7319, ...,

   (ii) 319, ... 519, ..., 719, 819, ...

   (iii) 3, 6, ..., 12, ..., 18, 21, ...

   (iv) 11, 13, 17, ..., 41, ...

6. रेखांकित अंकों के स्थानीय मान लिखिए

   (i) 3457 (ii) 32003 (iii) 991002 (iv) 25713 (v) 329

7. नीचे दी गई संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखिए

(i) 89,70,180 (ii) 1,24,037 (iii) 27032 (iv) 10,005

8. आरोही एवं अवरोही क्रम में लिखिए

50381, 50813, 50183, 53810,

9. नीचे दिये गये अंकों का प्रयोग करते हुए पाँच अंकों की छोटी से छोटी और बड़ी से बड़ी संख्याएँ लिखिए

(i) 7, 2, 0, 5, 9 (ii) 5, 2, 0, 3, 9

10. 5 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या लिखिए जिसके सभी अंक अलग-अलग हों तथा सैकड़ें के स्थान पर 8 हो?

11. पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या में से चार अंकों की सबसे छोटी संख्या घटाइए।

12. दो संख्याओं का योगफल 38698 हैं, यदि इनमें से एक संख्या 16,378 हैं, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए?

13. एक पुस्तक में 204 पृष्ठ हैं, यदि प्रत्येक पृष्ठ में 20 पंक्तियाँ हों तो पूरी पुस्तक में कुल कितनी पंक्तियाँ होंगी?

14. संख्या 37580 के अंक 7 और 8 आपस में परस्पर बदल दिये गये हैं। इस प्रकार प्राप्त नई संख्या और मूल संख्या का अंतर ज्ञात कीजिए?

15. चाकलेट के एक डिब्बे में 65 चाकलेट आती हैं। बताइए 4625 चाकलेटों से कितने डिब्बे भरेंगे और कितनी चाकलेट शेष बचेंगी।

16. हल कीजिए एवं उत्तर की जाँच कीजिए

(i) $999 \div 33$ (ii) $7328 \div 9$ (iii) $7564 \div 29$

17. गुणनफल ज्ञात कीजिए

(i) 965 और 548 का

(ii) 888 और 222 का

(iii) 326 और 513 का

18. किसी संख्या में 2561 जोड़ने पर वह 10,000 हो जाएगी बताइए वह संख्या कितनी होगी?

19. अपवर्त्य विधि से लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए

(i) 4, 6 (ii) 3, 6, 9, (iii) 5, 8, 10, (iv) 6, 8

20. गुणनखण्ड विधि से महत्तम समापवर्त्तक ज्ञात कीजिए

(i) 24, 36, (ii) 45, 63, 72, (iii) 12, 15, 45

21. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 12, 16 और 24 पूरा-पूरा विभाजित हो जाए।

22. हल कीजिए

(i) $\frac{3}{15}+\frac{7}{10}+\frac{1}{10}$ (ii) $2\frac{3}{4}+3\frac{1}{5}+4\frac{1}{10}$ (iii) $\frac{19}{5}-\frac{4}{10}$

(iv) $28\frac{3}{5}-26\frac{7}{10}$ (v) $\frac{8}{2}\times\frac{9}{11}$ (vi) $2\frac{1}{2}\times3\frac{1}{2}$

(vii) $\frac{1}{7}\div\frac{5}{6}$ (viii) $1\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}$ (ix) $2\frac{4}{5}\div4\frac{2}{5}$

23. मीना ने $2\frac{4}{7}$ हाथ रस्सी के छः बराबर टुकड़े किए। प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई बताइए।

24. नीचे दी गई भिन्नों को दशमलव संख्या में लिखिए

(i) $\frac{78}{10}$ (ii) $\frac{547}{10}$ (iii) $\frac{8}{100}$ (iv) $\frac{50}{15}$ (v) $\frac{7}{10}$ (vi) $2\frac{1}{3}$

25. दशमलव संख्या में लिखिए

(i) ₹ 6 एवं 50 पैसे (ii) पाँच रुपये पाँच पैसे

(iii) 14 किलोग्राम 50 ग्राम (iv) 3 लीटर 250 मि.ली.

(v) 7 लीटर 5 मि.ली. (vi) 10 मीटर 10 से.मी.

26. हल कीजिए

(i) $15.754 - 3.42$ (ii) $8.647 - 4.215$ (iii) $0.926 - 0.083$

(iv) $0.630 + 0.4$ (v) $65.73 + 37.354$ (vi) 25.05×4.0

(vii) 2.51×0.6 (viii) $5.691 \div 7$ (ix) $0.18 \div 3$

पाठ 6
ऐकिक नियम

आइए सीखे

- ऐकिक नियम की अवधारणा।
- एक वस्तु की कीमत ज्ञात होने पर अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात करना।
- अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर एक वस्तु की कीमत ज्ञात करना।
- अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर अन्य अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात करना।

कक्षा 4 में हमने ऐकिक नियम पढ़ा है। ऐकिक नियम के अंतर्गत एक वस्तु के मूल्य से अनेक वस्तुओं का मूल्य एवं अनेक वस्तुओं के मूल्य से एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करने संबंधी सरल प्रश्न हल किए हैं। आइए इन पर और विस्तार से चर्चा करें।

अपने जन्म दिन के अवसर पर सुरेश अपने विद्यालय के पुस्तकालय के लिये कुछ पुस्तकें भेंट देना चाहता था। वह अपने पिताजी के साथ बाजार गया। उसने पांच पुस्तकें चुनी। दुकानदार ने बताया कि प्रत्येक पुस्तक का मूल्य ₹10 है। सुरेश के पिताजी ने उससे पूछा कि 5 पुस्तकें खरीदने के लिये हमें दुकानदार को कितने रुपये देने चाहिए।

सुरेश ने हिसाब लगाया

1 पुस्तक का मूल्य = ₹10

तो पाँच पुस्तकों का मूल्य = ₹ 10×5

= ₹50

उसने पिताजी से कहा कि हमें दुकानदार को ₹50 देने चाहिए।

अब वह पिताजी के साथ अपने मित्रों हेतु फल लेने के लिए फल की दुकान पर गया। उसने केले का भाव पूछा। दुकानदार ने बताया कि केले का भाव ₹ 12 प्रति दर्जन है। सुरेश के पिताजी ने सुरेश से कहा दो दर्जन केले खरीदकर रुपये दे दो।

सुरेश ने हिसाब लगाया

1 दर्जन केले की कीमत = ₹ 12

अत: 2 दर्जन केले की कीमत = 12×2 = ₹24 देने होंगे।

यहाँ एक दर्जन केलों के मूल्य से दो दर्जन केलों का मूल्य ज्ञात किया गया है। इस विधि को ऐकिक नियम कहते हैं।

> ऐकिक का अर्थ है : एक पर आधारित

एक वस्तु की कीमत ज्ञात होने पर अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात करना

निम्नलिखित उदाहरणों से समझिए

उदाहरण 1. एक पेन का मूल्य ₹ 5 है तो 10 पेनों का मूल्य क्या होगा?

$\because$ 1 पेन का मूल्य = ₹ 5

$\therefore$ 10 पेनों का मूल्य = 5×10 = ₹ 50

उदाहरण 2. एक कमीज के लिये 2.5 मीटर कपड़े की आवश्यकता होती है, तो 6 कमीज बनाने के लिए कितना कपड़ा चाहिए?

$\because$ एक कमीज के लिए आवश्यक कपड़ा = 2.5 मीटर

$\therefore$ 6 कमीजों के लिए आवश्यक कपड़ा = 2.50×6

= 15.00 मीटर

उदाहरण 3. एक वस्तु का मूल्य ₹ 5 है तो 6 वस्तुओं का मूल्य क्या होगा?

$\because$ 1 वस्तु का मूल्य = ₹ 5

$\therefore$ 6 वस्तुओं का मूल्य = 6×5 = ₹ 30

> दिये गये उदाहरणों से स्पष्ट है कि एक वस्तु का मूल्य ज्ञात था। अधिक वस्तुओं का मूल्य ज्ञात करने के लिये हमने एक वस्तु के मूल्य में वस्तुओं की संख्या से गुणा किया जाता है।

अभ्यास 6.1

1. एक मजदूर एक दिन में ₹ 75 कमाता है, तो वह पाँच दिन में कितने रुपये कमायेगा?
2. एक कॉपी की कीमत ₹ 15 है तो 16 कॉपियों की कीमत क्या होगी?
3. चाय के एक डिब्बे में 4.75 किग्रा. चाय आती है। ऐसे ही 8 डिब्बों में कितनी चाय आएगी?

4. एक बस एक दिन में 150 कि.मी. चलती है तो वह 5 दिन में कितने किलीमीटर चलेगी?

अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर एक वस्तु की कीमत ज्ञात करना

उदाहरण 4. 5 पुस्तकों का मूल्य 75 रुपये है तो एक पुस्तक का मूल्य क्या होगा?

$\because$ 5 पुस्तकों का मूल्य = ₹75

$\therefore$ 1 पुस्तक का मूल्य = $\frac{75}{5}$ = ₹15

उदाहरण 5. 6 लीटर दूध की कीमत ₹102 हो तो 1 लीटर दूध की कीमत क्या होगी?

$\because$ 6 लीटर दूध की कीमत = ₹102

$\therefore$ 1 लीटर दूध की कीमत = $\frac{102}{6}$

= ₹17

उदाहरण 6. 12 बोरों में 900 किग्रा. चावल आता है तो एक बोरे में कितना चावल आएगा?

$\because$ 12 बोरे में चावल की मात्रा = 900 कि.ग्रा.

$\therefore$ 1 बोरे में चावल की मात्रा = $\frac{900}{12}$ = 75 किग्रा.

> दिए गए उदाहरणों से स्पष्ट है कि अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर एक वस्तु की कीमत ज्ञात करने के लिये कुल कीमत में वस्तुओं की संख्या से भाग दिया जाता है।

अभ्यास 6.2

1. 100 किग्रा शक्कर की कीमत ₹ 2250 है तो एक किग्रा शक्कर की कीमत ज्ञात कीजिए?
2. 20 ट्रकों में 5000 सीमेंट की बोरियाँ आ सकती हैं। तो एक ट्रक में कितनी सीमेंट की बोरियाँ आयेंगी?
3. यदि अहमद की वार्षिक आय, ₹1,20,000 हो तो उसकी मासिक आय ज्ञात कीजिए?

4. एक मजदूर 15 दिनों में ₹1200 कमाता है तो 1 दिन में कितने रुपये कमाएगा?

5. यदि 15 डिब्बों में 127 ली 500 मिली पेट्रोल आता है तो एक डिब्बे में कितना पेट्रोल आएगा।

अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात करना

उदाहरण 7. 10 पुस्तकों का मूल्य ₹60 है तो ऐसी ही 8 पुस्तकों का मूल्य क्या होगा?

हल : 10 पुस्तकों का मूल्य = ₹60

1 पुस्तक का मूल्य $= \frac{60}{10} =$ ₹6

8 पुस्तकों का मूल्य $= 6 \times 8 =$ ₹48

उदाहरण 8. यदि 4 वस्तुओं का मूल्य ₹16 है तो 5 वस्तुओं का मूल्य क्या होगा?

हल : 4 वस्तुओं का मूल्य = ₹16

1 वस्तु का मूल्य $= \frac{16}{4}$

= ₹4

5 वस्तुओं का मूल्य $= 4 \times 5 =$ ₹20

ऊपर दिए गए उदाहरणों से स्पष्ट है कि अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात होने पर अनेक वस्तुओं की कीमत ज्ञात करने के लिए।

(1) दी गई वस्तुओं के मूल्य से एक वस्तु का मूल्य ज्ञात किया जाता है।

(2) एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करने के बाद अनेक वस्तुओं का मूल्य ज्ञात किया जाता है।

अभ्यास 6.3

1. 3 घंटों में 180 मिनिट होते हैं, 16 घंटों में कितने मिनिट होंगे?

2. सोनू ने 15 संतरे 30 रु. में खरीदे तो 20 संतरें खरीदने के लिए उसे कितने रुपये देने पड़ेंगे?

3. एक कार समान चाल से चल रही है। 14 घंटों में 700 कि.मी. दूरी तय करती है तो 8 घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?

4. एक ट्यूबवेल से 3 हेक्टेयर खेत 36 घंटे में सींचा जाता है। उसी ट्यूबवेल से 12 हेक्टेयर खेत कितने घंटों में सींचा जायेगा?

5. 2 पत्र पंजीकृत डाक से भेजने में ₹38.50 लगाते हैं तो वैसे ही 9 पत्र भेजने में कितने रुपये लगेंगे?

6. 3 लीटर 600 मिली दवाई से 20 मिली के कितने इन्जेक्शन भरे जा सकते हैं?

7. एक रेल गाड़ी 300 किमी की दूरी 6 घंटे में तय करती है। इसी चाल से वह रेलगाड़ी 500 कि.मी. की दूरी कितने समय में तय करेगी?

8. 20 गन्नों का मूल्य ₹80 है। 11 गन्नों का मूल्य ज्ञात कीजिए?

9. 10 पुस्तकों का मूल्य ₹120 हैं तो 15 पुस्तकों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

10. एक परिवार में 15 किग्रा. गेंहू 20 दिनों के लिये पर्याप्त है तो 30 किग्रा. गेहूं कितने दिनों के लिये पर्याप्त होगा?

पाठ 7
औसत

आइए सीखें

- औसत की अवधारणा।
- औसत की गणना करना तथा इकाइयों के साथ लिखना।
- औसत से संबंधित शाब्दिक प्रश्नों को हल करना।

वर्ष 2006 में पिछले वर्षों से अधिक वर्षा हुई है। इस कथन से यह अर्थ निकलता है कि सामान्य रूप से जो वर्षा होती है, उससे वर्ष 2006 में अधिक वर्षा हुई है। हम "सामान्य" शब्द का अर्थ जानने की कोशिश करते हैं।

औसत की समझ

सोनल के यहाँ 6 गायें हैं। उसके यहाँ कुल 30 लीटर दूध होता है। गोलू ने सोनल से पूछा-

गोलू : तुम्हारे यहां एक गाय कितना दूध देती है?

सोनल : यही कोई 5 लीटर।

गोलू : क्या प्रत्येक गाय 5 लीटर दूध देती है?

सोनल : नहीं, कोई गाय 5 लीटर से कम, तो कोई 5 लीटर से अधिक दूध देती हैं। प्रति गाय लगभग 5 लीटर दूध पड़ जाता है या सामान्यत: प्रत्येक गाय 5 लीटर दूध देती है।

हम कह सकते हैं कि सोनल के यहाँ प्रत्येक गाय सामान्यत: 5 लीटर दूध देती हैं। इसी तरह औसत की अवधारणा को अगले उदाहरण से भी समझा जा सकता है।

पिंकी ने एक-एक कर पाँच बार मुट्ठी में बेर लिए और उनको गिना। बेरों की संख्या क्रमश: 17, 21, 23, 20 और 19 थी। इन बेरों को मिलाया। पिंकी ने इन बेरों के 5 समान ढेर बनाए। उन्हें गिनने पर पाया कि प्रत्येक ढेर में 20 बेर थे। अत: कहा जा सकता है कि पिंकी की मुट्ठी में सामान्यत: 20 बेर आते हैं। इसे **"औसतन 20 बेर आते हैं"** भी कहते हैं। पिंकी की मुट्ठी में आने वाले बेरों का औसत पता लगाने के लिए

- उसने 5 बार मुट्ठी में बेर लिए।
- प्रत्येक मुट्ठी के बेरों को गिना।
- पाँचों मुट्ठी के बेरों की संख्या को जोड़ा।
- बेरों के 5 बराबर ढेर लगाए अर्थात 5 से भाग दिया।

$$\text{मुट्ठी में आने वाले बेरों का औसत} = \frac{\text{बेरों की कुल संख्या}}{\text{ली गई मुट्ठियों की संख्या}}$$

$$= \frac{17+21+23+20+19}{5}$$

$$= \frac{100}{5} = 20$$

$$= 20 \text{ बेर}$$

अतः औसतन 20 बेर मुट्ठी में आए।

$$\text{औसत} = \frac{\text{सभी आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

उदाहरण 1 संख्याओं 7, 8, 10, 9 और 11 का औसत ज्ञात कीजिए?

हल : दी गई संख्याओं का योगफल

$= 7+8+10+9+11$

$= 45$

आंकड़ों की संख्या $= 5$

दी गई संख्याओं का औसत $= \frac{45}{5} = 9$

इस प्रकार 7, 8, 10, 9 और 11 का औसत 9 है।

- औसत केवल एक ही प्रकार के मापों का ज्ञात किया जाता है।
- ऊँचाई का औसत ऊँचाई के मापों से तथा वजन का औसत वजन के मापों से ज्ञात किया जाता है।
- औसत हमेशा सबसे कम और सबसे अधिक मापों के बीच कहीं स्थित होता है।

अभ्यास 7.1

निम्नलिखित का औसत ज्ञात कीजिए

1. 1, 2, 3, 4, 5	2. 2, 4, 6, 8 ,10
3. 1, 3, 5, 7, 9	4. 7, 6, 10, 9
5. 13, 21, 9, 17	6. 16, 21, 23, 26, 14
7. 27, 12, 20, 5	8. 5 रु., 10 रु., 4 रु., 1 रु.
9. 7 ली., 8 ली., 15 ली.	10. 6 बच्चों का कुल वजन 186 कि.ग्रा.
11. 1 से 9 तक संख्याओं का औसत	

औसत से संबंधित शाब्दिक प्रश्न

एक बस सिवनी से जबलपुर जाने में छपारा और घूमा पर रुकती है। मैदानी मार्ग पर तेज गति से तथा पहाड़ी मार्ग पर धीमी गति से चलकर 150 कि.मी. की दूरी 5 घंटे में तय करती है।

सोचिये और बताइये कि

1. क्या बस पूरे समय चलती रही? उत्तर : नहीं
2. क्या बस पूरे समय तेज गति से चली? उत्तर : नहीं
3. बस कहाँ-कहाँ धीमी गति से चली? उत्तर : पहाड़ी पर

इन उत्तरों से पता चलता है कि बस पूरे समय समान गति से नहीं चली, किन्तु बस ने सिवनी से जबलपुर की 150 कि.मी. की दूरी 5 घंटे में तय की। अत: बस की औसत गति कुल चली गयी दूरी में लगे कुल समय का भाग देकर ज्ञात की जाती है।

$$\text{औसत गति} = \frac{\text{कुल चली दूरी}}{\text{कुल लगा समय}} = \frac{150 \text{ कि.मी.}}{5 \text{ घंटे}} = 30 \text{ कि.मी./घंटा}$$

उदाहरण 2 एक कार पहले घंटे में 60 कि.मी. दूसरे घंटे में 40 कि.मी. चली, तीसरे घंटे में खड़ी रही, चौथे घंटे में 60 कि.मी. तथा पाँचवे घंटे में 30 कि.मी. चली। कार की औसत चाल बताइए?

शिक्षण संकेत : 7.1 अभ्यास में दिए गए प्रश्नों को बीजों, तीलियों एवं कंचों के माध्यम से पहले हल कराकर औसत ज्ञात कराएँ फिर सूत्र के माध्यम से भी हल कराएँ।

हल : कार द्वारा चली गयी कुल दूरी = (60+40+0+60+30) कि.मी.

= 190 कि.मी.

190 कि.मी. दूरी चलने में लगा कुल समय = 5 घंटे

कार की औसत चाल $= \frac{190 \text{ कि.मी.}}{5 \text{ घंटे}}$

= 38 कि.मी./घंटा

उदाहरण 3 रिबन के 4 टुकड़ों की माप क्रमशः 38 से.मी., 36 से.मी., 34 से.मी. और 40 से.मी. है। रिबन के टुकड़ों की औसत लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : रिबन के टुकड़ों की लम्बाई का योग = 38 + 36 + 34 + 40

= 148 से.मी.

रिबन के टुकड़ों की संख्या = 4

एक टुकड़े की औसत लम्बाई $= \frac{148}{4}$

= 37 से.मी.

रिबन के टुकड़े की औसत लम्बाई 37 से.मी. है। **उत्तर**

अभ्यास 7.2

1. एक डॉक्टर के पास सात दिनों में 27, 25, 19, 33, 31, 0 और 33 मरीज आए। ज्ञात कीजिए डॉक्टर के पास प्रतिदिन औसतन कितने मरीज आये।
2. एक डेरी में 4 भैंसें हैं। वे 15 लीटर, 12 लीटर, 17 लीटर और 12 लीटर दूध देती हैं। ज्ञात कीजिए उस डेरी की भैंसे औसतन कितना दूध देती हैं?
3. दीक्षांत ने गणित में 86, हिन्दी में 80 पर्यावरण तथा अंग्रेजी में 75-75 अंक प्राप्त किए। दीक्षांत के औसत प्राप्तांक ज्ञात कीजिए?
4. प्राथमिक शाला सिंघौड़ी में गत 6 दिनों में शाला आने वाले विद्यार्थियों की संख्या 47, 51, 49, 53, 53, 41 थी। विद्यार्थियों की प्रतिदिन औसत उपस्थिति निकालिए।

5. एक हवाई जहाज 5 घंटे में 2000 किलोमीटर की दूरी तय करता है। उसकी औसत चाल ज्ञात कीजिए?

6. संगीता ने जन्मदिन पर 20 व्यक्तियों को पार्टी दी। पार्टी में 1040 रुपये खर्च हुए। बताइए प्रति व्यक्ति औसत कितना खर्च हुआ?

7. हमीद ने गत चार महीनों में कुल ₹ 840 बिजली के बिलों का भुगतान किया। हमीद के यहाँ बिजली का प्रतिमाह औसत खर्च बताइए?

8. एक रेलगाड़ी 120 किलोमीटर की दूरी 3 घंटों में तथा अगले 90 किलोमीटर की दूरी 2 घंटों में तय करती है। उस रेलगाड़ी की औसत चाल ज्ञात कीजिए?

निर्दिष्ट कार्य (Project work)

- कक्षा के कुछ विद्यार्थियों की उम्र लिखवाएँ तथा उस कक्षा में पढ़ने वाले विद्यार्थियों की औसत उम्र ज्ञात कराएँ।
- कक्षा में पढ़ने वाले कुछ छात्रों/छात्राओं की औसत ऊँचाई ज्ञात कराने हेतु मापन मेला कराएँ।
- कक्षा के विद्यार्थियों का औसत वजन ज्ञात कराएँ।
- कक्षा 5वीं के विद्यार्थियों के द्वारा कक्षा पहली, दूसरी के विद्यार्थियों की औसत ऊँचाई और औसत वजन ज्ञात कराएँ।
- विगत माहों में प्रत्येक विद्यार्थी को मासिक मूल्यांकन में गणित विषय के प्राप्तांकों का औसत ज्ञात कराएँ।
- कक्षा के सभी विद्यार्थियों को ऊँचाई के बढ़ते क्रम में खड़ा कीजिए। ठीक बीचोबीच के विद्यार्थी की ऊँचाई नापिए। क्या यह औसत उँचाई है? विचार कीजिए।

शिक्षण संकेत : विद्यार्थियों से चर्चा करें कि दरवाजों की ऊँचाई, पलंग की लंबाई 6 फिट के लगभग क्यों रखी जाती हैं?

पाठ 8

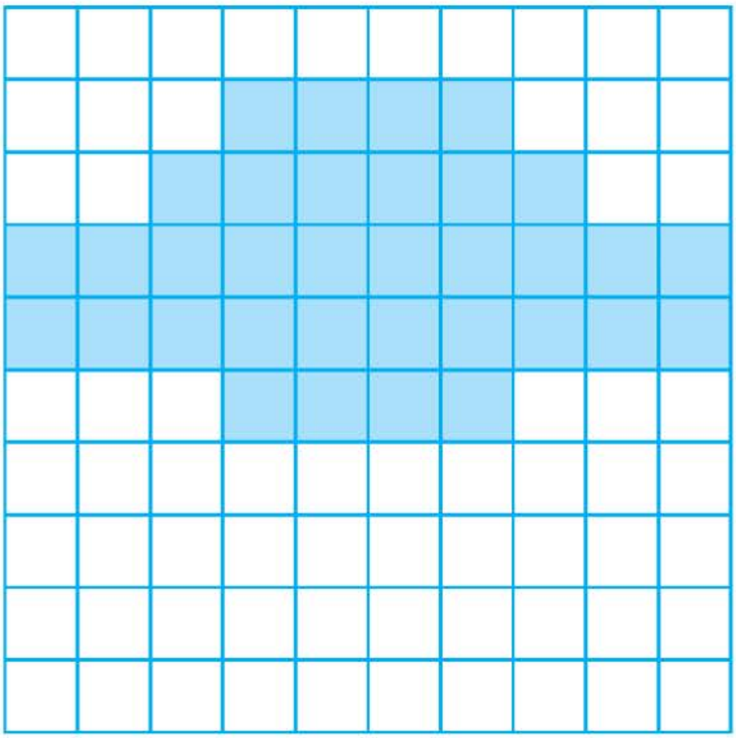
प्रतिशत

आइए सीखें

- प्रतिशत का अर्थ एवं प्रतिशत ज्ञात करना
- भिन्न को प्रतिशत में बदलना
- प्रतिशत को भिन्न में बदलना
- किसी राशि का प्रतिशत ज्ञात करना
- प्रतिशत का दैनिक जीवन में उपयोग

प्रतिशत का अर्थ एवं प्रतिशत ज्ञात करना

नीचे दिए गए चित्र को देखिए और बताइए कि चित्र को कितने खानों में बाँटा गया है? क्या प्रत्येक खाना आपस में बराबर हैं?



आपने देखा कि दिए गए चित्र में कुल 100 खानों में से 34 खाने छायांकित हैं और वे सभी आपस में बराबर भी हैं।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि-

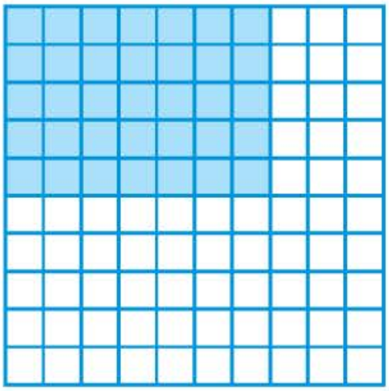
100 खानों में छायांकित भाग = 34 हैं।

प्रति सौ में से या प्रति सौ पर 34 या 34 प्रतिशत भाग छायांकित है।

यहाँ पर प्रत्येक को "प्रति" तथा सैकड़े को "शत" से लिखकर प्रदर्शित करें तो हम कहेंगे कि-

प्रतिशत शब्द प्रति सैकड़ा या सौ भागों में से लिए गए भागों को प्रदर्शित करता है।

दाईं ओर 100 वर्गों की आकृति (चित्र) देखिए।

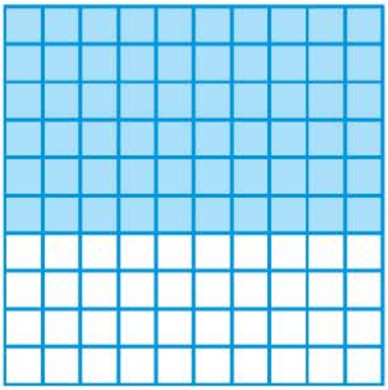


100 वर्गों में से 35 छायांकित हैं।

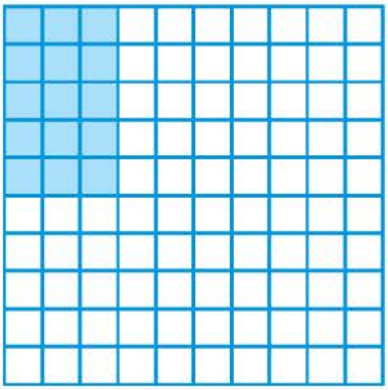
हम कहेंगें हैं कि संपूर्ण का 35 प्रतिशत भाग छायांकित है।

स्पष्ट हैं कि संपूर्ण का 65 प्रतिशत भाग छायांकित नहीं है।

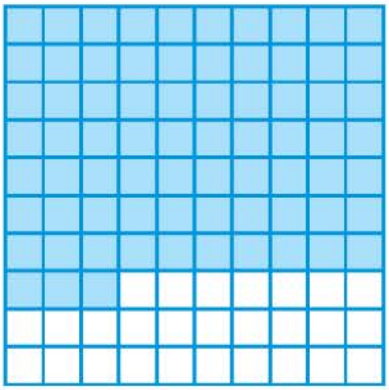
उदाहरण 1 : निम्नांकित में से प्रत्येक में कितने प्रतिशत भाग छायांकित है और कितने प्रतिशत भाग अछायांकित है?



(क)



(ख)



(ग)

हल : (क) छायांकित : 60 प्रतिशत; अछायांकित : 40 प्रतिशत

(ख) छायांकित : 15 प्रतिशत; अछायांकित : 85 प्रतिशत

(ग) छायांकित : 73 प्रतिशत; अछायांकित : 27 प्रतिशत

प्रतिशत संकेतन, व्यापार एवं हमारे दैनिक जीवन की विभिन्न स्थितियों में प्राय: उपयोग में आता है।

जब हम कहते हैं "बिक्री कर 5 प्रतिशत है", इसका अर्थ है प्रत्येक बेची गई वस्तु के मूल्य का $\frac{5}{100}$ भाग कर के रूप में देना है।

जब हम कहते हैं कि एक परीक्षा में ममता ने गणित में "100 में से 90" अंक प्राप्त किए, तो इसका अर्थ है उसने गणित में 90 प्रतिशत अंक प्राप्त किए।

हम जानते हैं कि,

सौ में से एक का अर्थ $\frac{1}{100}$ या 1 प्रतिशत

सौ में से दो का अर्थ $\frac{2}{100}$ या 2 प्रतिशत

सौ में से आठ का अर्थ $\frac{8}{100}$ या 8 प्रतिशत

सौ में से पेंतीस का अर्थ $\frac{35}{100}$ या 35 प्रतिशत

सौ में से अस्सी का अर्थ $\frac{80}{100}$ या 80 प्रतिशत

एक भिन्न के लिए जिसका हर 100 हो हम प्रतिशत शब्द प्रयोग करते हैं और '%' प्रतीक से इसे व्यक्त करते हैं। % का प्रयोग $\frac{1}{100}$ के लिए किया जाता है।

इस प्रकार $\frac{40}{100} = 40$ प्रतिशत या 40%

$\frac{95}{100} = 95$ प्रतिशत या 95%

प्रतिशत उस भिन्न का अंश है जिसका हर 100 है।

क्रियाकलाप

तालिका पूर्ण कीजिए

एक सप्ताह में छात्रों की उपस्थिति/अनुपस्थिति का प्रतिशत निम्नानुसार रहा

क्र.	दिन	अनुपस्थित	उपस्थित
1.	सोमवार	23%	
2.	मंगलवार		80%
3.	बुधवार	7%	
4.	गुरुवार		85%
5.	शुक्रवार	12%	
6.	शनिवार		90%

आइए, हम नीचे दिए गए प्रत्येक भिन्न एवं दशमलव संख्या को प्रदर्शित करने के लिए प्रतीक '%' का प्रयोग करते हैं।

भिन्न	दशमलव	प्रतिशत
$\frac{1}{100}$	0.01	1%
$\frac{8}{100}$	0.08	8%
$\frac{20}{100}$	0.20	20%
$\frac{35}{100}$	0.35	35%
$\frac{100}{100}$	1.00	100%

क्रियाकलाप

निम्नलिखित तालिका को पूर्ण कीजिए

भिन्न	दशमलव	प्रतिशत
$\frac{60}{100}$	0.60	60%
	0.45	
		98%
	0.75	
$\frac{25}{100}$		
		5%
	0.30	
$\frac{85}{100}$		
		7%
$\frac{40}{100}$		

उदाहरण 2 रमेश एक मेले में छर्रे वाली बन्दूक से गुब्बारों पर निशाना लगाता है। उसने 50 में से 36 निशाने सही लगाये। बताइए उसने कितने प्रतिशत निशाने सही लगाये?

हल : $\because$ रमेश के 50 निशानों में से 36 निशाने सही हैं।

$\therefore$ रमेश के 1 निशाने में $\frac{36}{50}$ निशाने सही हैं।

$\therefore$ रमेश के 100 निशानों में $\frac{36}{\cancel{50}} \times \frac{\cancel{100}^{2}}{1}$ निशाने सही हैं।

= रमेश के 100 निशानों में से 72 निशाने सही हैं।

अर्थात् 72% निशाने सही हैं।

अभ्यास 8.1

1. 100 शब्दों के एक श्रुत लेख में रेणुका ने 78 शब्द सही लिखे तो बताइए (i) उसके द्वारा कितने शब्द त्रुटिपूर्ण लिखे गए? (ii) उसने कितने प्रतिशत शब्द त्रुटिपूर्ण लिखे? (iii) उसने कितने प्रतिशत शब्द सही लिखे।
2. 100 विद्यार्थियों की एक कक्षा में नव वर्ष के दिन एक भी विद्यार्थी अनुपस्थित नहीं था। बताइए (i) उस दिन कितने विद्यार्थी उपस्थित थे? (ii) कितने प्रतिशत विद्यार्थी उपस्थित थे? (iii) कितने प्रतिशत विद्यार्थी अनुपस्थित थे?
3. रहमान ने एक प्रतियोगी परीक्षा में 50 में से 43 अंक प्राप्त किए। बताइए रहमान ने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए?
4. अंकिता ने इकाई परीक्षा में 25 अंकों में से 22 अंक प्राप्त किए। बताइए अंकिता ने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किए?
5. राकेश ने एक 40 पृष्ठों वाली किताब के 10 पृष्ठ पढ़ लिए है , तो बताइए उसने किताब के कितने प्रतिशत पृष्ठ पढ़ लिए हैं?
6. एक किसान ने देखा कि खेत में 20 पौधों में से 4 पौधे खराब हो गए हैं, तो बताइए कितने प्रतिशत पौधे खराब हुए?
7. दो किलोग्राम मिश्रधातु में 400 ग्राम ताँबा है तो, बताइए उसमें कितने प्रतिशत ताँबा है?
8. यदि एक छात्र ने 40 शब्दों में से 32 शब्द सही लिखे है, तो ज्ञात कीजिए उसने कितने प्रतिशत शब्द सही लिखे है?
9. एक निशानेबाज ने 25 में से 14 निशाने सही लगाऐ है, तो ज्ञात कीजिए उसने कितने प्रतिशत निशाने सही लगाऐ है?
10. एक छापने वाली मशीन 60 शब्दों में से 15 शब्द दूसरे रंग से छापती है, तो बताइए वह कितने प्रतिशत शब्द दूसरे रंग से छापती है?

भिन्न को प्रतिशत में बदलना :

हमने देखा कि प्रतिशत उस भिन्न का अंश है जिसका हर 100 होता है। अत: किसी भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए हमें उसके हर को 100 बनाना होगा।
इसके लिए अंश और हर में 100 का गुणा कर देते हैं या दी गई संख्या का हर 100 का एक गुणनखंड भी हो सकता है। आइए इसको निम्नलिखित उदाहरण से समझते हैं।

उदाहरण 3 $\frac{1}{10}$ और $\frac{1}{4}$ को प्रतिशत में बदलिए।

हल : $\frac{1}{10}$ के हर को 100 करने के लिए 10 का गुणा करना होगा और उतनी ही संख्या (10) का गुणा अंश में भी करना होगा ताकि भिन्न का मान परिवर्तित न हो

$$\frac{1}{10}=\frac{1}{10}\times\frac{10}{10}=\frac{10}{100}=10\%$$

इसी प्रकार $\frac{1}{4}$ को प्रतिशत में बदलने के लिए

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\times\frac{25}{25}=\frac{25}{100}=25\%$$

उदाहरण 4 (i) $\frac{2}{5}$ को प्रतिशत में बदलिए।

(ii) $\frac{7}{20}$ को प्रतिशत में बदलिए।

(iii) $1\frac{1}{4}$ को प्रतिशत में बदलिए।

हल : (i) $\frac{2}{5}=\frac{2}{5}\times\frac{20}{20}=\frac{40}{100}=40\%$

(ii) $\frac{7}{20}=\frac{7}{20}\times\frac{5}{5}=\frac{35}{100}=35\%$

(iii) $1\frac{1}{4}=\frac{5}{4}\times\frac{25}{25}=\frac{125}{100}=125\%$

उदाहरण 5 (i) 0.3 को प्रतिशत में बदलिए।

(ii) 1.4 को प्रतिशत में बदलिए।

हल : (i) $0.3 = \frac{.3\times100}{100} = \frac{30}{100} = 30\%$

(ii) $1.4 = \frac{1.4\times100}{100} = \frac{140}{100} = 140\%$

अभ्यास 8.2

1. निम्नलिखित भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।

(i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{7}{10}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{1}{2}$

(v) $\frac{7}{35}$ (vi) $2\frac{1}{5}$ (vii) $1\frac{1}{2}$ (viii) $2\frac{3}{4}$

2. निम्नलिखित दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।

(i) 0.57 (ii) 0.25 (iii) 0.09 (iv) 0.03

(v) 7.0 (vi) 86.00 (vii) 3.5

3. निम्नलिखित चित्रों में छायांकित भाग का भिन्नात्मक मान एवं प्रतिशत मान ज्ञात कीजिए।

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

प्रतिशत को भिन्न में बदलना

हमने सीखा है कि प्रतिशत अथवा प्रतीक % का आंकिक मान $\frac{1}{100}$ होता है अतः प्रतिशत मान को भिन्न में बदलने के लिए % के स्थान पर $\frac{1}{100}$ रखकर गुणा करने पर दिया गया प्रतिशत भिन्न में परिवर्तित हो जाता है। आइये, उसे उदाहरण से समझें।

उदाहरण 6 (i) $25\% = \overset{1}{\cancel{25}} \times \frac{1}{\cancel{100}_4} = \frac{1}{4} = 0.25$

(ii) $100\% = \overset{1}{\cancel{100}} \times \frac{1}{\cancel{100}_1} = 1 = 1.00$

(iii) $75\% = \overset{3}{\cancel{75}} \times \frac{1}{\cancel{100}_4} = \frac{3}{4} = 0.75$

(iv) $140\% = \overset{14}{\cancel{140}} \times \frac{1}{\cancel{100}_{10}} = \frac{\overset{7}{\cancel{14}}}{\cancel{10}_5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} = 1.4$

ध्यान दीजिए कि प्रतिशत को दशमलव भिन्न में बदलने के लिए दशमलव चिह्न को दो स्थान बायीं ओर लगाते हैं। जैसे

25% = 25.0% = .250 = .25 आदि

अभ्यास 8.3

1. निम्नलिखित प्रश्नों में दिये गये प्रतिशत को भिन्न में बदलिए।

(i) 24%	(ii) 28%	(iii) 35%	(iv) 2%
(v) 5%	(vi) 250%	(vii) 100%	(viii) 12.5%

2. दिए गए प्रश्नों को दशमलव भिन्न में बदलकर लिखिए।

(i) 80%	(ii) 45%	(iii) 60%	(iv) 28%
(v) 65%	(vi) 88%	(vii) 75%	(viii) 30%
(ix) 55%	(x) 70%	(xi) 85%	(xii) 90%

किसी राशि का प्रतिशत ज्ञात करना तथा प्रतिशत से राशि ज्ञात करना

दी गई राशि का प्रतिशत ज्ञात करने के लिए पहले दिये गए प्रतिशत को भिन्न में परिवर्तित करेंगे फिर इस भिन्न का दी गई राशि से गुणा करेंगे।

उदाहरण 7 (i) 80 का 25% ज्ञात करिए।

हल : $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

80 का 25% $= 80 \times \frac{1}{4} = 20$

∴ 80 का 25%, 20 होगा। उत्तर

(ii) 200 का 40% ज्ञात करिए।

200 का 40% $= 2\not{0}\not{0} \times \frac{40}{1\not{0}\not{0}} = 80$

200 का 40%, 80 होगा। उत्तर

उदाहरण 8 एक रुपये का 40% ज्ञात कीजिए।

हल : 1 रुपये का 40%$=1\times\frac{40}{100}$ रुपये$=\frac{4}{10}$ रुपये (क्योंकि 1 रुपया=100 पैसे)

$= \frac{4}{1\not{0}} \times 10\not{0}$ पैसे $= 40$ पैसे

एक रुपये का 40%, 40 पैसे है।

उदाहरण 9 एक मिश्र धातु में 30% जस्ता है और बाकी ताँबा है। 30 कि.ग्रा. मिश्र धातु में जस्ता की कितनी मात्रा है? ताँबे की कितनी मात्रा है?

हल : मिश्र धातु में जस्ता का प्रतिशत $= 30\% = \frac{3\not{0}}{10\not{0}} = \frac{3}{10}$

30 कि.ग्रा. मिश्र धातु में जस्ता की मात्रा $= 30\times \frac{3}{10}$ कि.ग्रा.

= 9 कि.ग्रा.

∴ 30 कि.ग्रा. मिश्र धातु में तांबे की मात्रा = 30 – 9 = 21 कि.ग्रा.

30 कि.ग्रा. मिश्र धातु में जस्ता की मात्रा 9 कि.ग्रा. तथा ताँबे की मात्रा 21 कि.ग्रा. है।

अभ्यास 8.4

1. निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए।

   (i) 200 का 80% (ii) 300 का 50%

   (iii) 225 का 40% (iv) 500 का 12.5%

   (v) 825 का 10% (vi) 1723 का 0%

2. अनिल ने वार्षिक परीक्षा में 96% अंक प्राप्त किये। यदि परीक्षा के पूर्णांक 1100 थे तो अनिल ने कितने अंक प्राप्त किये?
3. हसन ने 500 सेब बिक्री करने के लिए खरीदे। उसमें से 10% सेब खराब हो गये। बताइए कितने सेब खराब हो गये?
4. एक कंपनी ने अपने सभी कर्मचारियों के लिए उनके वेतन के 15% के बराबर बोनस की घोषणा की। कंपनी के कर्मचारी अलैक्जेन्डर को कितना बोनस मिलेगा यदि उसका वेतन 3000 रुपये है?
5. एक दिन कक्षा पाँच के 25 बच्चों में से 19 बच्चे शाला आये। बताइए उस दिन कक्षा पाँच के (1) कितने प्रतिशत बच्चे शाला आये? (2) कितने प्रतिशत बच्चे शाला नहीं आये?
6. सरला ने कुल यात्रा में 500 कि.मी. दूरी तय की 60% दूरी रेल द्वारा तथा शेष दूरी टैक्सी द्वारा तय की। बताइये उसने रेल द्वारा कितनी एवं टैक्सी द्वारा कितनी दूरी तय की?
7. एक विद्यालय में छात्र-छात्राओं की कुल संख्या 1500 है, जिनमें 69% छात्र हैं। बताइए विद्यालय में -

   (i) छात्राएँ कितने प्रतिशत हैं? (ii) छात्राओं की संख्या कितनी हैं? (iii) छात्रों की संख्या कितनी हैं?

8. गत वर्ष एक पुस्तक का मूल्य ₹ 50 था। इस वर्ष उसी पुस्तक के मूल्य में 10% वृद्धि हो जाने से पुस्तक का मूल्य कितना होगा?

प्रतिशत का दैनिक जीवन में उपयोग

क्रियाकलाप

निम्नलिखित तालिका को ध्यानपूर्वक देखिए और जानिए। किसे अधिक अंक प्राप्त हुए? यह ज्ञात करने के लिए हम पता करेंगे कि किसके अंकों का प्रतिशत अधिक है?

क्र.	नाम	प्राप्तांक	पूर्णांक	प्राप्तांक/ पूर्णांक	प्राप्तांक प्रतिशत
1.	रमेश	60	80	$\frac{60}{80}$	$\frac{60}{80} \times 100 = 75\%$
2.	शबाना	90	100	$\frac{90}{100}$	90%
3.	मैथ्यू	120	150	$\frac{120}{150}$	$\frac{120}{150} \times 100 = 80\%$

शबाना के प्राप्तांक का प्रतिशत सबसे अधिक है। इसका अर्थ है कि तीनों में से शबाना का अधिक अंक प्राप्त हुए। सोचिए कि यदि हम अन्य किसी तरीकेसे तुलना करना चाहें तो क्या वह इतना आसान होगा?

नीचे दी गई तालिका भरिए तथा देखकर बताइए कि किस विद्यालय का परीक्षाफल सबसे अच्छा है?

विद्यालय का नाम	दर्ज विद्यार्थियों की संख्या	उत्तीर्ण विद्यार्थियों की संख्या	100 में उत्तीर्ण विद्यार्थियों की संख्या	प्रतिशत परीक्षा-फल
शा. हाईस्कूल मुरैना	500	450	$\frac{450}{500} \times 100$	90%
शा. हाईस्कूल दतिया	600	450	....	....
शा. कन्या हाईस्कूल ग्वालियर	300	276	....	....

स्पष्ट है कि दो या दो से अधिक परिस्थितियों के बीच तुलना प्रतिशत की सहायता से बड़ी आसानी से की जा सकती है।

उदाहरण 10 जोसफ ने 1000 में से 680 अंक प्राप्त किये। बताइए वह कितने अंक और लाता कि उसके अंक 70% हो जाते।

हल : 70% अंकों के लिए आवश्यक अंक $= 1000 \times \frac{70}{100}$

$= 700$ अंक

जोसफ को प्राप्त अंक $= 680$

70% अंक प्राप्त करने के लिए और आवश्यक अंक

$= 700 - 680$

$= 20$ अंक

जोसफ 20 अंक और लाता तो उसके अंक 70% हो जाते। उत्तर

अभ्यास 8.5

1. किरण और सुधा मेले में छर्रे वाली बंदूक से गुब्बारों पर निशाने लगाती हैं। सुधा 25 में से 16 सही निशाने लगाती है और किरण 20 में से 14 सही निशाने लगाती हैं। बताइए दोनों में कौन अच्छे निशाने लगाता है?
2. सुनीता ने गणित की मासिक परीक्षा में 20 में से 16, त्रैमासिक परीक्षा में 25 में से 23 तथा अर्द्धवार्षिक परीक्षा में 50 में से 44 अंक प्राप्त किये। बताइए सुनीता ने कौन सी परीक्षा में सबसे ज्यादा अंक प्राप्त किये?
3. मंजू का वजन अंजू से 25% अधिक है। यदि अंजू का वजन 42 कि.ग्रा. हो तो मंजू का वजन बताइए।
4. रहीम अपनी आय का 88% खर्च करता है, यदि उसकी आय 2500 रुपये प्रति माह है, बताइए वह प्रतिमाह कितनी बचत करता हैं?
5. एक गाँव की आबादी 3500 है जिनमें 40% महिलाएँ तथा 32% पुरुष हैं तो बच्चों की संख्या बताइए।
6. एक बस में सवार 75 व्यक्तियों में से 20% व्यक्ति खड़े हैं तो बस में बैठे व्यक्तियों की संख्या बताइए।

पाठ 9

लाभ-हानि

आइए सीखें

- क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ एवं हानि की अवधारणा।
- दैनिक जीवन की क्रय, विक्रय तथा लाभ-हानि से सबंधित सरल समस्याओं को हल करना।
- प्रतिशत लाभ-हानि की गणना करना।

क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ एवं हानि की अवधारणा

पिछली कक्षा में हमने क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य तथा लाभ, हानि से संबंधित प्रश्नों को हल किया है। आइए, एक प्रश्न पर विचार कर दोहरा लें :

प्रश्न—एक दुकानदार ने एक रेडियो ₹ 1250 में खरीदा तथा उसे ₹ 1360 में बेच दिया।

अब बताइए

- रेडियो का क्रय मूल्य क्या है?
- रेडियो का विक्रय मूल्य क्या है?
- इस लेनदेन में दुकानदार को लाभ हुआ अथवा हानि हुई?
- कितने रुपये का लाभ या हानि हुई?

इस प्रकार

- वस्तु के खरीदने के मूल्य को क्रय मूल्य कहते हैं।
- वस्तु के बेचने के मूल्य को विक्रय मूल्य कहते हैं।
- प्राय: दुकानदार वस्तुओं को क्रय मूल्य से अधिक मूल्य में बेचते हैं, तब दुकानदार को लाभ होता है। अर्थात जब विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक होता है, तो लाभ होता है।

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

- कभी-कभी दुकानदार को वस्तुएँ क्रय मूल्य से कम मूल्य में बेचनी पड़ती हैं, तब उसे हानि होती हैं। अर्थात जब क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य से अधिक होता है, तो उसे

हानि होती हैं।

हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

- लाभ अथवा हानि की गणना सदैव क्रय मूल्य पर की जाती हैं।

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

क्रय मूल्य	विक्रय मूल्य	लाभ	हानि
₹ 2000	₹ 2100		
₹ 1700	₹ 1650		
₹ 800	₹ 900		
₹ 765	₹ 730		

उदाहरण 1 एक दुकानदार ₹ 500 में कोई वस्तु खरीद कर ₹ 600 में बेचता है। बेचने से होने वाले लाभ अथवा हानि की गणना कीजिए।

हल : क्रय मूल्य = ₹ 500

विक्रय मूल्य = ₹ 600

विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक है अत: लाभ होगा।

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

= ₹ 600 – ₹ 500

लाभ = ₹ 100 उत्तर

उदाहरण 2 एक दुकानदार सिलाई मशीन ₹ 2200 में खरीदता है। कुछ टूट-फूट हो जाने के कारण ₹ 1950 में बेचता है। लाभ अथवा हानि की गणना कीजिए।

हल : क्रय मूल्य = ₹ 2200

विक्रय मूल्य = ₹ 1950

विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से कम है अत: हानि होगी।

हानि = क्रय मूल्य − विक्रय मूल्य

= ₹ 2200 − ₹ 1950

= ₹ 250 उत्तर

अभ्यास 9.1

1. सुनीता ने एक पंखा ₹ 875 में खरीदा तथा उसको ₹ 905 में बेच दिया। उसको कितना लाभ हुआ?
2. एक दुकानदार ने एक टेलीविजन सेट ₹ 4250 में खरीदकर उसे ₹ 4425 में बेच दिया। लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।
3. एक व्यापारी ने ₹ 330 मूल्य वाली एक कुर्सी ₹ 300 में बेची। बताइए, व्यापारी को कितनी हानि हुई?
4. एक दुकानदार ने ₹ 325 में साड़ी खरीदी और उसे ₹ 370 में बेच दी। बताइए दुकानदार को कितना लाभ या हानि हुआ?
5. एक दुकानदार एक बैग ₹ 750 में बेचता है। उसके लाभ अथवा हानि की गणना कीजिए जबकि उसने बैग ₹ 715 में खरीदा था।

दैनिक जीवन से संबंधित क्रय, विक्रय तथा लाभ, हानि से संबंधित प्रश्नों का हल

आइए, अब हम खरीदने और बेचने पर आधारित कुछ और प्रश्नों पर विचार करें।

1. एक वस्तु को ₹ 100 में बेचने पर ₹ 10 का लाभ होता है। इसका अर्थ हुआ कि वह वस्तु हमने ₹ 90 में खरीदी है।

   अर्थात्

   क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य − लाभ

2. एक वस्तु ₹ 200 में बेचने पर ₹ 20 की हानि होती है। इसका अर्थ है कि वह वस्तु हमने ₹ 220 में खरीदी है।

   अर्थात्

   क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य + हानि

इस प्रकार यदि किसी वस्तु का क्रय मूल्य ज्ञात न हो और विक्रय मूल्य और लाभ अथवा हानि ज्ञात हो तो क्रय मूल्य ज्ञात किया जा सकता है।

यदि लाभ हुआ हो तो	क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ
यदि हानि हो तो	क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य + हानि

और यदि विक्रय मूल्य ज्ञात न हो और क्रय मूल्य तथा लाभ या हानि ज्ञात हो तो विक्रय मूल्य ज्ञात किया जा सकता है।

यदि लाभ हुआ हो तो	विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ
यदि हानि हो तो	विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य – हानि

उदाहरण 3 एक दूकानदार ने ₹ 900 में एक सायकिल खरीदी और ₹200 का लाभ लेकर उसे बेच दिया। बताइए उसने कितने रुपये में सायकिल बेची?

हल : दिया है- क्रय मूल्य =₹900

लाभ =₹ 200

हम जानते हैं- चूँकि दूकानदार 200 का लाभ ले रहा है

इसलिए विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से 200 अधिक होगा।

अर्थात विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

=₹900 +₹200

=₹1100 उत्तर

अर्थात सायकिल ₹ 1100 में बेची गई।

उदाहरण 4 सुरभि ने ₹660 में एक टेबल बनवायी। किसी कारण से उसे ₹110 कम पर टेबल बेचनी पड़ी। बताइए उसने टेबल कितने में बेची?

हल : दिया है- क्रय मूल्य = ₹ 660

हानि = ₹ 110

हम जानते हैं- चूँकि सुरभि को ₹ 110 की हानि हुई

इसलिए विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से ₹ 110 कम होगा।

अर्थात विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य – हानि

=₹660 –₹110

=₹550

अर्थात टेबिल ₹550 में बेची। उत्तर

यदि विक्रय मूल्य और लाभ या हानि मालूम हो तो क्रय मूल्य इस प्रकार ज्ञात करते हैं।

उदाहरण 5 एक कुर्सी का विक्रय मूल्य ₹ 300 है। यदि बेचने वाले को ₹50 का लाभ हो रहा हो तो कुर्सी का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है- विक्रय मूल्य = ₹ 300

लाभ = ₹ 50

हम जानते हैं- चूँकि दूकानदार ₹ 50 का लाभ ले रहा है

इसलिए क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य से ₹50 कम होगा।

अर्थात क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ

= ₹ 300 – ₹50

= ₹ 250

अर्थात कुर्सी का क्रय मूल्य ₹ 250 है।

उदाहरण 6 राजू को ₹45 में खिलौने बेचने पर ₹12 की हानि हुई। बताइए उसने खिलौने कितने रुपये में खरीदे होंगे?

हल : दिया है- विक्रय मूल्य = ₹45

हानि = ₹ 12

हम जानते हैं- राजू को ₹12 की हानि हुई है

इसलिए क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य से ₹ 12 अधिक होगा।

अर्थात क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य + हानि

= ₹45 + ₹12

= ₹57

अर्थात खिलौनों का क्रय मूल्य ₹ 57 हैं।

अभ्यास 9.2

1. निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

क्र.	क्रय मूल्य	विक्रय मूल्य	लाभ	हानि
(i)	₹200	₹250		
(ii)	₹25		₹ 5	
(iii)	₹875			₹ 35
(iv)		₹ 35	₹ 5	
(v)		₹155		₹ 15

2. एक मेज को ₹ 340 में बेचकर व्यापारी ₹42 का लाभ कमाता है। मेज का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

3. एक मशीन का क्रय मूल्य ₹ 1265 है। दुकानदार उसे ₹ 35 लाभ लेकर बेचता है। विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

4. एक घड़ी को ₹ 180 में बेचने पर ₹20 की हानि हुई। घड़ी का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

5. एक रेडियो ₹ 540 में बेचने पर ₹15 का लाभ होता है। रेडियो का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

6. एक दुकानदार ने 5 किलोग्राम आम ₹ 50 में खरीदे। सभी आम बेचने पर ₹ 10 की हानि होती है। उसने आम प्रति किलोग्राम किस भाव से बेचे?

7. एक दुकानदार ने 5 किलोग्राम आम ₹ 50 में खरीदे। सभी आम बेचने पर ₹ 10 का लाभ होता है। उसने आम प्रति किलोग्राम किस भाव से बेचे?

8. एक कुर्सी ₹ 240 में खरीदी एवं ₹ 30 लाभ लेकर बेची। कुर्सी का विक्रय मूल्य बताइए।

9. लीला ने 10 दर्जन संतरे ₹ 24 प्रति दर्जन की दर से खरीदे। सभी संतरे बेचने पर उसने ₹60 लाभ प्राप्त किया। संतरों का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

प्रतिशत लाभ हानि की गणना करना

पिछले अध्याय में हमने प्रतिशत की गणना करना सीखा है। जिसके अनुसार प्रतिशत का तात्पर्य है "प्रति सौ में से या प्रति सौ पर" या प्रत्येक सौ के लिए।

आइए, अब हम ₹100 पर लाभ अथवा हानि की गणना पर विचार करें।

यदि किसी वस्तु का क्रय मूल्य ₹200 है तथा ₹210 में बेची जाती है तो प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।

वस्तु का क्रय मूल्य = ₹200

विक्रय मूल्य = ₹210

लाभ = ₹210 − 200 = ₹10

अब

∵ ₹ 200 पर लाभ = ₹10

∴ ₹1 पर लाभ $= \frac{10}{200}$

∴ ₹100 पर लाभ $= \frac{10}{200} \times 100 =$ ₹5

अतः लाभ = 5%

इस प्रकार हम देखते हैं कि

₹100 पर लाभ $= \frac{10}{200} \times 100$

अर्थात

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

इस प्रकार ऐकिक नियम तथा सूत्र की सहायता से प्रतिशत लाभ की गणना की जा सकती है।

आइए अब हम ₹100 पर होने वाली हानि की गणना संबंधी एक प्रश्न पर विचार करें:

एक वस्तु ₹300 में खरीद कर ₹240 में बेची जाती हैं। प्रतिशत हानि की गणना कीजिए?

वस्तु का क्रय मूल्य = ₹300

वस्तु का विक्रय मूल्य = ₹240

हानि $= ₹300 - ₹240$

$= ₹60$

अब

$\because$ ₹300 क्रय मूल्य पर हानि $= ₹\ 60$

$\therefore$ ₹1 क्रय मूल्य पर हानि $= ₹\ \frac{60}{300}$

$\therefore$ ₹100 क्रय मूल्य पर हानि $= ₹\ \frac{60}{300} \times 100$

$= ₹20$

इस प्रकार हम देखते हैं कि ₹100 पर हानि $= \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

अर्थात

$$\text{प्रतिशत हानि} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

उदाहरण 7 एक दुकानदार 10 किलोग्राम आलू ₹ 50 में खरीदकर ₹ 60 में बेच देता है। प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए?

हल : क्रय मूल्य $= ₹50$

विक्रय मूल्य $= ₹60$

लाभ $= ₹60 - ₹50$

$= ₹10$

ऐकिक नियम द्वारा

$\because$ ₹50 पर लाभ $= ₹10$

$\therefore$ ₹1 पर लाभ $= ₹\frac{10}{50}$

$\therefore$ ₹100 पर लाभ $= ₹\ \frac{10}{50} \times 100$

$= ₹20$

$\therefore$ प्रतिशत लाभ = 20% उत्तर

सूत्र द्वारा हल

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$= \frac{10 \times \cancel{100}^{2}}{\cancel{50}}$$

$= 20\%$ उत्तर

उदाहरण 8. एक दुकानदार ने 10 किलो ग्राम टमाटर ₹150 में खरीदे। कुछ टमाटर खराब हो जाने से शेष टमाटर ₹135 में बेच दिए। बताइए, दुकानदार को कितने प्रतिशत हानि हुई?

हल :

क्रय मूल्य = ₹150

विक्रय मूल्य = ₹135

हानि = ₹150 − ₹135

= ₹15

$\because$ ₹150 पर हानि = ₹15

$\therefore$ ₹1 पर हानि = ₹ $\frac{15}{150}$

$\therefore$ ₹100 पर हानि = ₹ $\frac{15 \times 100}{150}$

= ₹10

प्रतिशत हानि = 10% उत्तर

सूत्र द्वारा हल

$$\text{प्रतिशत हानि} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$= \frac{\cancel{15} \times 10\cancel{0}}{\cancel{15}\cancel{0}} = 10\%$$ उत्तर

अभ्यास 9.3

1. निम्नलिखित के लिए प्रतिशत लाभ/हानि की गणना कीजिए

   (1) क्रय मूल्य ₹400 लाभ ₹40

   (2) क्रय मूल्य ₹250 लाभ ₹50

   (3) क्रय मूल्य ₹300 हानि ₹24

   (4) क्रय मूल्य ₹10,000 लाभ ₹1500

   (5) क्रय मूल्य ₹600 विक्रय मूल्य ₹615

   (6) क्रय मूल्य ₹16,000 विक्रय मूल्य ₹13120

   (7) क्रय मूल्य ₹880 विक्रय मूल्य ₹1012

2. एक वस्तु ₹500 में खरीदकर ₹450 में बेचने पर प्रतिशत लाभ/हानि की गणना कीजिए।

3. हामिद एक मोटर साईकिल ₹35,000 में खरीदकर ₹36,400 में बेच देता है। हामिद को कितने प्रतिशत लाभ होता है?

4. डेनियल ने एक रेडियो ₹750 में खरीदकर ₹825 में बेच दिया। बताइए डेनियल को कितने प्रतिशत लाभ हुआ?

पाठ 10

साधारण ब्याज (सरल ब्याज)

आइये सीखें

- साधारण ब्याज की अवधारणा।
- दर, ब्याज, मूलधन, समय एवं मिश्रधन को समझना।
- सूत्र का उपयोग करके ब्याज, मिश्रधन एवं मूलधन की गणना करना।
- सरल ब्याज संबंधी शाब्दिक प्रश्नों को सूत्र की सहायता से हल करना।

साधारण ब्याज

रजनी ने बैंक में ₹500 जमा किये। उसके खाते में 1 वर्ष पश्चात ₹525 हो गये। बैंक ने ₹500 की जमा राशि पर 1 वर्ष बाद ₹25 अधिक जमा किये। यह ₹25 ब्याज की राशि है। बैंक जमा राशि पर ब्याज देती है और ऋण देकर ब्याज लेती है।

एक व्यापारी ने बैंक से ₹ 8000 ऋण (उधार) लिए तथा 1 वर्ष बाद उसने बैंक को ₹8800 लौटाये। यहाँ पर बैंक को ₹8000 पर 1 वर्ष बाद ₹800 अधिक प्राप्त हुए। यह ₹800 **ब्याज** की राशि है।

> जमा राशि पर निश्चित अवधि के बाद प्राप्त की गई अधिक राशि अथवा ऋण राशि पर निश्चित अवधि के बाद अधिक दी गई राशि को **ब्याज** कहते हैं।

जमा की गई राशि अथवा ऋण ली गई राशि को **मूलधन** कहते हैं। उपरोक्त उदाहरणों में ₹500 और ₹8000 मूलधन है।

मूलधन और ब्याज की राशि का योग **मिश्रधन** कहलाता है। प्रथम उदाहरण में मिश्रधन ₹525 है जबकि दूसरे उदाहरण में ₹8800 है।

> मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

जिस अवधि के लिये राशि जमा की गई हो अथवा ऋण लिया गया हो वह अवधि **समय** कहलाता है। दोनों उदाहरणों में समय 1 वर्ष है।

पहले उदाहरण में ₹500 जमा करने पर ₹525 प्राप्त हुए अर्थात ₹25 अधिक प्राप्त हुए। यहाँ ब्याज ₹25 हुआ। अब हम ₹100 पर ब्याज पता करते हैं।

$\because$ ₹500 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹25 है।

$\therefore$ ₹1 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{25}{500}$

$\therefore$ ₹100 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{25}{500} \times 100$

= ₹5

यहाँ ₹100 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹5 है।

प्रति ₹100 पर एक वर्ष में जितना ब्याज मिलता है अथवा दिया जाता है वह ब्याज की **दर** कहलाती है, इसे प्रतिशत में दर्शाया जाता है। प्रथम उदाहरण में ₹100 का 1 वर्ष का ब्याज ₹5 है अतः यहाँ ब्याज की दर 5 प्रतिशत है।

आइये इसे एक उदाहरण से समझते हैं।

उदाहरण 1 एक व्यक्ति ने बैंक से ₹4000 का ऋण लिया और एक वर्ष बाद उसे 4200 रुपये लौटाने पड़े। ₹4000 के साथ ₹200 अधिक लौटाने पड़े।

इस उदाहरण को पढ़कर बताइए कि

1. उस व्यक्ति ने कितने रुपये (ऋण) उधार लिए?	
2. उसने कितने समय के लिए रुपये लिए?	
3. उसने लिये गये रुपये से कितने रुपये अधिक लौटाए?	
4. उसने कुल कितने रुपये लौटाए?	
5. यदि वह ₹100 ऋण (उधार) लेता तो उसे कितने रुपये अधिक देने होते?	
6. ब्याज की दर क्या हुई?	

इनको ऐसे भी समझिए

1. उस व्यक्ति ने ₹4000 का ऋण लिया। यहाँ **मूलधन** ₹4000 है।
2. उस व्यक्ति ने 1 वर्ष की अवधि के लिए ऋण (उधार) लिया यहाँ **समय** 1 वर्ष है।
3. उस व्यक्ति ने ₹4000 पर ₹200 अधिक लौटाए। यहाँ उस व्यक्ति ने **ब्याज** के रूप में ₹ 200 बैंक को दिए।
4. उस व्यक्ति ने बैंक को ₹4200 लौटाए अर्थात ₹4000 मूलधन के +₹200 ब्याज के कुल ₹4200 । यहाँ **मिश्रधन** ₹4200 है।
5. यदि वह ₹100 उधार लेता तो कितना ब्याज देना पड़ता इसका पता हम ऐकिक नियम से लगा सकते हैं।

हमें पता है

$\because$ ₹4000 पर 1 वर्ष का ब्याज $= ₹\,200$

$\therefore$ ₹1 पर 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{200}{4000}$

$\therefore$ ₹100 पर 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{200}{4000} \times 100$

$$= \frac{20000}{4000} = \frac{20}{4} = ₹\,5$$

$\therefore$ ₹100 पर 1 वर्ष का ब्याज $= ₹\,5$ होगा।

अर्थात ₹100 को 1 वर्ष के लिए उधार लेने पर ₹5 अधिक लौटाने पड़ते। यहाँ ब्याज की दर 5% है।

हम जानते है कि % चिह्न को प्रतिशत कहते हैं। प्रतिशत प्रत्येक 100 पर। 5% से तात्पर्य है ₹100 पर ₹5

अभ्यास 10.1

1. एक व्यक्ति ने बैंक से ₹2000 ऋण लिया और 1 वर्ष बाद 10 प्रतिशत वार्षिक की दर से ब्याज ₹200 सहित कुल राशि ₹2200 लौटाए बताइए कि :

(i) मूलधन कितना है? (ii) ब्याज कितना है?

(iii) मिश्रधन कितना है? (iv) समय कितना है?

(v) दर कितनी है?

2. सुनीता ने पोस्ट आफिस में 8 प्रतिशत वार्षिक दर पर ₹3000 एक वर्ष के लिए जमा किये। एक वर्ष बाद उसे ₹3240 प्राप्त हुए। रिक्त स्थान भरिये।

(i) मूलधन ...... रुपये है। (ii) मिश्रधन .... रुपये है।

(iii) ब्याज की राशि ..... रुपये है। (iv) समय ...... वर्ष।

(v) दर ...... % प्रतिवर्ष है।

3. सहकारी संस्था में 4 प्रतिशत वार्षिक की दर से ₹1000 जमा करने पर दो वर्ष पश्चात् ₹1080 प्राप्त हुए, बताइए?

(i) मूलधन .... (ii) दर .... (iii) समय ....

(iv) ब्याज .... (v) मिश्रधन ......

4. एक उद्योगपति ने उद्योग हेतु 10 प्रतिशत वार्षिक की दर से 15 वर्ष के लिए बैंक से ₹80,000 का ऋण लिया, अवधि समाप्त होने पर उसने ₹1,20,000 लौटाये तो मूलधन कितना है? (सही विकल्प चुनकर लिखें)

(i) ₹40,000 (ii) ₹1,20,000

(iii) ₹80,000 (iv) ₹1,60,000

साधारण ब्याज की गणना :

अभी तक हमने सीखा है-

- ऋण ली गई अथवा जमा की गई राशि को मूलधन कहते हैं।
- जितनी अवधि के लिए ऋण लिया जाता है उसे समय कहते हैं।
- प्रति ₹100 पर ली गई ब्याज की राशि ब्याज की दर कहलाती है। दर प्राय: प्रतिशत में लिखते हैं। दर के साथ समय की ईकाई भी होना आवश्यक है।
- अवधि पूर्ण होने पर मूलधन और ब्याज सहित कुल लौटाई गई राशि को मिश्रधन कहते हैं।

आइए, ब्याज संबंधी कुछ और उदाहरण को समझते हैं।

उदाहरण 2 कुलदीप ने अपने बैंक खाते में ₹500 एक वर्ष के लिए जमा किए। यदि बैंक 5% वार्षिक ब्याज देती है तो कुलदीप को ब्याज के कितने रुपये मिलेंगे?

हल : दिया है :

कुलदीप द्वारा बैंक में जमा राशि (मूलधन)	= ₹ 500
अवधि जिसके लिये राशि जमा की गई (समय)	= 1 वर्ष
बैंक की ब्याज दर	= 5% प्रतिवर्ष
कुलदीप को मिलने वाला ब्याज	= ? (ज्ञात करना है)

ऐकिक नियम से :

$\because$ ₹100 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ 5

$\therefore$ ₹1 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{5}{100}$

$\therefore$ ₹500 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ 500 $\times \frac{5}{100}$

= ₹ 25

कुलदीप को मिलने वाला ब्याज = ₹ 25 उत्तर

इस प्रकार हमने देखा कि ब्याज = ₹ 500 $\times \frac{5}{100} \times 1$ वर्ष

अर्थात **साधारण ब्याज = मूलधन × दर% × समय**

यदि दर प्रतिशत में हो तब

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

इस सूत्र के द्वारा तीन राशियों का मान ज्ञात होने पर चौथी राशि का मान ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 3 रमीला ने बैंक से ₹ 5000 2 वर्ष के लिए 10% की वार्षिक दर से ऋण लिया। बताइए वह 2 वर्ष बाद बैंक को ब्याज सहित कितनी राशि लौटाएगी।

हल : दिया है

मूलधन = ₹ 5000

समय = 2 वर्ष

दर = 10 प्रतिशत वार्षिक

मिश्रधन = ? (ज्ञात करना है)

सूत्र के द्वारा ब्याज = मूलधन × दर% × समय

$= ₹5000 \times 10\% \times 2$

$$= 5000 \times \frac{10}{100} \times 2$$

$= ₹1000$

रमीला बैंक को ब्याज की राशि ₹ 1000 लौटाएगी।

मूलधन ₹ 5000 ब्याज की राशि 1000 जोड़ने पर 5000+1000 = ₹6000 कुल ₹6000 लौटाने होंगे। उत्तर

उदाहरण 4 1800 रुपये पर $3\frac{1}{2}\%$ वार्षिक ब्याज की दर से $2\frac{1}{2}$ वर्ष का साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है-

मूलधन = ₹ 1800

दर = $3\frac{1}{2}\%$ वार्षिक

= $\frac{7}{2}\%$ वार्षिक

समय = $2\frac{1}{2}$ वर्ष = $\frac{5}{2}$ वर्ष

साधारण ब्याज $= ?$ (ज्ञात करना है)

ब्याज $=$ मूलधन $\times$ दर% $\times$ समय

$= ₹1800 \times \frac{7}{2\times100} \times \frac{5}{2}$ वर्ष

$= ₹\,\frac{9\times7\times5}{2}$

$= ₹\,\frac{315}{2}$

$= ₹157.50$

ब्याज $= ₹157.50$ उत्तर

अभ्यास 10.2

1. साधारण ब्याज की गणना कीजिए :

   (i) मूलधन $= ₹1000$ समय $= 2$ वर्ष, दर $= 10\%$ वार्षिक

   (ii) मूलधन $= ₹2000$ समय $= 6$ माह, दर $= 5\%$ वार्षिक

   (iii) मूलधन $= ₹2000$ समय $= 1\frac{1}{2}$ वर्ष, दर $= 2\frac{1}{2}\%$ प्रतिवर्ष।

2. ₹ 750 का 2 वर्ष का ब्याज ज्ञात कीजिए जिस पर ब्याज दर 10% वार्षिक है।
3. पोस्ट आफिस में राशि जमा करने पर 10% वार्षिक की दर से ब्याज मिलता है। यदि नीता ₹20,000 को 1 वर्ष के लिए पोस्ट आफिस में जमा कराए तो उसे कितना ब्याज मिलेगा?
4. कमला ने मकान खरीदने के लिए बैंक से 15 प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से ₹ 1,50,000 का ऋण लिया। बताइए, कमला 4 वर्ष बाद कितना ब्याज चुकाएगी?
5. एक व्यक्ति ने ₹5000 का 6 प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से 6 माह के लिए बैंक से ऋण लिया। 6 माह के बाद उसे कितना ब्याज देना होगा?

मिश्रधन व मूलधन ज्ञात करना

हमने सीखा है कि मूलधन और ब्याज का योग मिश्रधन होता है

अत: **मिश्रधन = मूलधन + ब्याज**

या $\boxed{\text{मूलधन} = \text{मिश्रधन} - \text{ब्याज}}$

और साधारण ब्याज = मूलधन × दर% × समय

या $$\text{मूलधन} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर}}$$

इन सूत्रों के द्वारा हम ब्याज, मूलधन और मिश्रधन की गणना कर सकते हैं।

उदाहरण 5 एक दुकानदार ने सहकारी बैंक से कुछ ऋण लिया। 2 वर्ष पश्चात् उसने कुल ₹1,60,000 बैंक को लौटाए जिसमें ब्याज की राशि ₹15,000 है तो लिया गया ऋण ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है

मिश्रधन = ₹1,60,000

ब्याज = ₹15,000

मूलधन = ? (ज्ञात करना है)

मूलधन = मिश्रधन – ब्याज

= ₹1,60,000 – ₹15,000

= ₹1,45,000

वह लिया गया ऋण ₹1,45,000 है। उत्तर

उदाहरण 6 एक किसान ने खाद एवं बीज के लिए सहकारी समिति से ₹ 2500 उधार लिए। यदि सहकारी समिति 8% वार्षिक की दर से ब्याज ले तो बताइए 2 वर्ष बाद किसान को कुल कितनी राशि लौटानी पड़ेगी?

हल : दिया है-

मूलधन = ₹2500

दर = 8% वार्षिक

समय = 2 वर्ष

मिश्रधन = ? (ज्ञात करना है)

सर्वप्रथम ब्याज ज्ञात करेंगे। फिर उसके द्वारा मिश्रधन ज्ञात करेंगे।

ब्याज = मूलधन × दर% × समय

$= ₹2500 \times \frac{8}{100} \times 2$

$= ₹400$

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$= ₹2500 + ₹400$

$= ₹2900$

किसान को कुल ₹2900 लौटाने होंगे। उत्तर

उदाहरण 7 एक किराना व्यापारी ने कुछ राशि बैंक से ऋण के रूप में ली। बैंक ने 10% प्रतिवर्ष की दर से 2 वर्ष का ब्याज ₹600 प्राप्त किये। वह राशि ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है

दर = 10% प्रतिवर्ष

समय = 2 वर्ष

ब्याज = ₹600

मूलधन = ? (ज्ञात करना है)

मूलधन $= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर}}$

$= \frac{₹600 \times 100}{2 \times 10}$

$= ₹3000$

व्यापारी ने बैंक से ₹3000 का ऋण लिया था। उत्तर

अभ्यास 10.3

1. मिश्रधन ज्ञात कीजिए

(i) मूलधन =₹ 500 समय = 5 वर्ष, दर = 7% प्रतिवर्ष

(ii) मूलधन =₹ 3000 समय = 4 वर्ष, दर = 12% प्रतिवर्ष।

(iii) मूलधन = ₹1900 समय = $3\frac{1}{2}$ वर्ष, दर = 8% प्रतिवर्ष

(iv) मूलधन ₹675 समय= 4 वर्ष, दर = $6\frac{1}{2}\%$ प्रतिवर्ष।

2. एक व्यक्ति द्वारा ब्याज सहित लौटाया गया धन ₹12,000 है जिसमें ब्याज की राशि ₹ 2000 है तो मूलधन ज्ञात कीजिए।

3. सोनू ने बैंक में ₹5000को4 वर्ष के लिए जमा किए जिस पर उसे 6% वार्षिक की दर से 4 वर्ष बाद ₹ 1200 ब्याज मिला तो मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

4. एक व्यापारी ने सहकारी संस्था से ₹ 700 का ऋण 8% की वार्षिक दर से लिया। उसे 3 वर्ष बाद उस सहकारी संस्था को कितने रुपये लौटाने पड़ेंगे?

5. मनीष ने व्यापार करने के लिए बैंक से कुछ रुपये ऋण लिया। दो वर्ष बाद उसने बैंक को ₹ 500 ब्याज दिया। यदि बैंक ब्याज दर 10% प्रतिवर्ष है तो मूलधन (ऋण) ज्ञात कीजिए।

पाठ 11

मुद्रा : बिल

आइए सीखें-

- बेची गई वस्तु का बिल बनाना।
- दर और मात्रा के आधार पर बिल की जाँच करना।

हम किसी दुकान से जब कुछ सामान खरीदते हैं तब दुकानदार हमारे द्वारा खरीदे हुए सामान की मात्रा अलग-अलग कीमत और सारे सामान की कुल कीमत एक पर्ची पर लिखकर हमें देता है, यह पर्ची **बिल** कहलाती है। इस बिल की जाँचकर हम दुकानदार को बिल में लिखी राशि का भुगतान करते हैं। नीचे सारणी में एक बिल का नमूना बना हुआ है, इस नमूने को ध्यान से देखकर बताइए

मुस्कान स्टेशनरी TIN 114

बिल नं. 334/1 मधुवन, जबलपुर दिनांक 7.9.2006

ग्राहक का नाम : श्री विजय कुमार

क्र.	सामग्री	संख्या/मात्रा	दर	मूल्य रु. पै.
1.	कॉपी	4	₹8 प्रति नग	32 = 00
2.	पेंसिल	10	₹2 प्रति नग	20 = 00
3.	रबर	6	₹2 प्रति नग	12 = 00
4.	स्केल	1	₹4 प्रति नग	4 = 00
			योग ₹	68 = 00

(शब्दों में : रुपये अड़सठ मात्र)

1. भूल-चूक लेनी देनी।
2. बिका हुआ सामान वापस नहीं होगा। **हस्ताक्षर**

बिल का नमूना देखकर नीचे लिखे प्रश्नों के उत्तर बाक्स में लिखिए

1. इस बिल का नम्बर कितना है?
2. दुकान का नाम क्या है?
3. दुकान किस नगर में स्थित है?
4. किस दिनांक को सामान खरीदा गया?
5. सामान खरीदने वाले का क्या नाम है?
6. एक कॉपी की कीमत क्या है?
7. कितनी पेंसिलें खरीदी गयी?
8. कितने रुपये की रबर खरीदी गयी?
9. स्केल की दर क्या है?
10. कुल कितने रुपये का सामान खरीदा गया?

इस बिल में सबसे ऊपर एक क्रमांक दिया गया है जिसे "TIN" से प्रदर्शित किया गया है। यह दुकान का पंजीयन क्रमांक है। बिल में यह क्रमांक आवश्यक रूप से होना चाहिए। दुकान से सामग्री खरीदने पर बिल लिया जाना चाहिए। बिल सामग्री को क्रय करने का दस्तावेजी प्रमाण है। सामग्री की गुणवत्ता में कमी होने पर उपभोक्ता बिल बताकर उपभोक्ता मंच में सामग्री बदलवाने या कीमत वापस लेने का दावा कर सकते है। यदि लेन-देन में कोई अंतर आता है, तो बाद में भी हिसाब ठीक कर लिया जाता है। इसलिए बिल के नीचे 'भूल-चूक लेनी देनी'' लिखा जाता है।

जय हिन्द स्टेशनरी, भोपाल से दिनांक 8.9.2006 को अजय ने निम्नलिखित सामग्री खरीदी

1. 3 पेन, ₹4 प्रति पेन की दर से।
2. 6 कॉपी, ₹5 प्रति कॉपी की दर से।
3. 1 ज्यामिति बॉक्स, ₹45 प्रति ज्यामिती बॉक्स की दर से।
4. 2 स्लेट, ₹12 प्रति स्लेट की दर से।

उपर्युक्त जानकारी को निम्नलिखित बिल में लिखिए

TIN : 2531

जय हिन्द स्टेशनरी

बिल नं. 1008 भोपाल दिनांक 8.9.2006

ग्राहक का नाम : श्री अजय

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
			योग ₹	

शब्दों में रु.

1. भूल-चूक लेनी देनी।
2. बेचा हुआ सामान वापस हीं होगा

हस्ताक्षर

नीचे दिए हुए बिलों के हिसाब में कुछ गलतियाँ हैं इन गलतियों को ढूँढे और सामने बने बिल पर सही बिल बनाइए

TIN 0105

बिल नं. 145 — अनीस किराना स्टोर्स, भोपाल — दिनांक 20.7.06

ग्राहक का नाम- ....

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
1.	शक्कर	3 कि.ग्रा.	20.00	60.00
2.	तुअर दाल	2 कि.ग्रा.	30.00	60.00
3.	चावल	2 कि.ग्रा.	15.00	30.00
4.	देशी चना	1 कि.ग्रा.	32.00	30.00
5.	गुड़	2 कि.ग्रा.	12.00	24.00
			योग	204.00

भूल-चूक लेनी देनी हस्ताक्षर

TIN 0105

बिल नं. 145 — अनीस किराना स्टोर्स, भोपाल — दिनांक 20.7.06

ग्राहक का नाम- ....

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
			योग	

भूल-चूक लेनी देनी हस्ताक्षर

		TIN 340
बिल नं.	**साँची दुग्ध डेरी**	दिनांक
346	सागर	25.8.06

ग्राहक का नाम -

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
1.	साँची दूध	2 लीटर	18.00	40.00
2.	साँची दही	1 कि.	25.00	25.00
3	पनीर	1 कि.	80.00	80.00
4.	मावा	3 कि.	100.00	300.00
			योग	340.00

भूल-चूक लेनी देनी **हस्ताक्षर**

		TIN 340
बिल नं.	**साँची दुग्ध डेरी**	दिनांक
346	सागर	25.8.06

ग्राहक का नाम -

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
			योग	

भूल-चूक लेनी देनी **हस्ताक्षर**

		TIN 015
बिल नं.	**श्रीजी इलेक्ट्रीकल्स**	दिनांक
947	ग्वालियर	1.1.07

ग्राहक का नाम-

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
1.	बल्ब	4	10.00	40.00
2.	ट्यूब लाइट	6	40.00	240.00
3.	होल्डर	5	9.00	40.00
4.	पंखा	3	600.00	1800.00
			योग	1120.00

भूल-चूक लेनी देनी **हस्ताक्षर**

		TIN 015
बिल नं.	**श्रीजी इलेक्ट्रीकल्स**	दिनांक
947	ग्वालियर	1.1.07

ग्राहक का नाम-

क्र.	सामग्री	मात्रा	दर	₹ पै.
			योग	

भूल-चूक लेनी देनी **हस्ताक्षर**

गतिविधि

रोल प्ले : कुछ विद्यार्थी दुकानदार तथा कुछ विद्यार्थी ग्राहक की भूमिका करें तथा बेची एवं खरीदी गई सामग्री का बिल बनाएँ।

यदि एक वस्तु का दर दिया हुआ है, तो हम कितनी भी वस्तुओं का कुल मूल्य, एक वस्तु के दर को अपेक्षित वस्तुओं की संख्या से गुणा करके सरलता से ज्ञात कर सकते हैं।

अभ्यास 11.1

(अ) निम्नलिखित प्रश्नों के चार संभावित वैकल्पिक उत्तरों में से सही उत्तर चुनकर ☐ में लिखिए

1. 1 कि.ग्रा. चायपत्ती का मूल्य ₹ 140 हो तो 100 ग्राम चायपत्ती का मूल्य है

   (i) ₹14 (ii) 14 पैसे

   (iii) 140 पैसे (iv) 40 पैसे ☐

2. 1 क्विंटल गेहूं का मूल्य 1200 रु. हो तो 1 कि.ग्रा. गेहूँ का मूल्य है

   (i) ₹120 (ii) ₹1 20 पै.

   (iii) ₹12 (iv) ₹6 ☐

3. बिल में सबसे ऊपर प्रदर्शित किया जाता है

   (i) PIN (ii) TIN

   (iii) BILL NO. (iv) DATE ☐

4. सामान खरीदने पर दुकानदार कुल कीमत की एक पर्ची देता है, उस पर्ची को कहते हैं

   (i) रसीद (ii) सूची

   (iii) पत्र (iv) बिल ☐

(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

1. सामग्री की गुणवत्ता में कमी होने पर उपभोक्ता .... बताकर उपभोक्ता मंच में सामग्री बदलवाने या कीमत वापस लेने का दावा कर सकता है।

2. यदि लेन-देन में कोई अंतर आता है तो बाद में भी हिसाब ठीक कर लिया जाता है इसलिए बिल के नीचे .... लिखा जाता है।

अभ्यास 11.2

नीचे दिए गए प्रश्नों के लिए बिल बनाइए

1. मुकेश ने राज स्टेशनरी शाहपुर से 23.5.2006 को निम्नलिखित सामग्री क्रय की।

(1) पेन	5 नग	₹6	प्रति पेन
(2) रिफिल	3 दर्जन	₹10	प्रति दर्जन
(3) वाटर कलर	2 पैकेट	₹30	प्रति पैकेट

2. अनुपमा ने गुलाब किराना स्टोर, जबलपुर से 7.9.2006 को निम्नलिखित सामग्री क्रय की।

(1) गुड़	5 कि.ग्रा.	₹20 प्रति कि.ग्रा.
(2) धनिया	1 कि.ग्रा.	₹42 प्रति कि.ग्रा.
(3) नमक	3 पैकेट	₹6 प्रति पैकेट

3. सरिता ने अशोक स्टील सेन्टर, सिवनी से 27.10.2006 को निम्नलिखित सामान खरीदा।

(1) छोटा चम्मच	2 दर्जन	₹36 प्रति दर्जन
(2) छोटी कटोरी	2 दर्जन	₹60 प्रति दर्जन
(3) थाली	5 नग	₹40 प्रति थाली।

4. सलीम ने रमेश फल वाले की दुकान, झाबुआ से 22.2.2006 को निम्नलिखित प्रकार के फल खरीदे

(1) सेव	2 कि.ग्रा.	₹30 प्रति कि.ग्रा.
(2) संतरा	3 दर्जन	₹10 प्रति दर्जन
(3) केला	5 दर्जन	₹8 प्रति दर्जन

5. सुरेश ने सुशील जनरल स्टोर, पाटन से 21.9.2006 को निम्नलिखित सामग्री क्रय की

(1) तेल शीशी	1 शीशी	₹36 प्रति शीशी
(2) कपड़ा धोने का पावडर	2 पैकेट	₹18 प्रति पैकेट
(3) साबुन	4 नग	₹9 प्रति नग।

विविध प्रश्नावली 2

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(i) औसत = $\frac{\text{................}}{\text{आंकड़ों की संख्या}}$ (ii) समय = $\frac{\text{ब्याज} \times \text{........}}{\text{मूलधन} \times \text{..........}}$

(iii) 100 रुपये के नोट के बदले ₹5 के नोट ..... मिलेंगे।

(iv) 7, 8, 10, 9 और 11 का औसत मान ..... है।

(v) मिश्रधन = ... + ब्याज

(vi) एक दर्जन गेंदों की कीमत ₹36 हैं तो एक गेंद की कीमत ...... रुपये होगी।

2. कथन सत्य हैं या असत्य। लिखिए

(i) अनेक वस्तुओं के मूल्य से एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करने के लिए भाग की क्रिया करते हैं।

(ii) औसत, केवल एक ही प्रकार के मापों का ज्ञात किया जाता है।

(iii) जब विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक होता है तो हानि होती हैं।

(iv) दर की गणना प्राय: प्रति सौ पर करते हैं।

(v) दुकानदार द्वारा दिये गये बिल में ग्राहक का नाम एवं दुकानदार के हस्ताक्षर नहीं होते हैं।

3. एक मजदूर एक दीवार को 30 दिनों में बनाता हैं, तो 5 मजदूर उस दीवार को कितने दिनों में बनाएँगे?

4. रामू 9 दिनों में 360 गमले बनाता है। बताइए 6 दिनों में कितने गमले बनाएगा?

5. एक कारखाने में प्रतिदिन 624 लीटर सरसों का तेल तैयार होता हैं। बताइए एक वर्ष में कितने लीटर तेल तैयार होगा?

6. कक्षा पाँचवीं के पाँच छात्रों की ऊँचाइयाँ क्रमश: 65 से.मी., 70 से.मी., 75 से.मी., 60 से.मी. और 80 से.मी. हैं, बताइए छात्रों की औसत ऊँचाई कितनी होंगी?

7. पाँच छात्रों का औसत भार 46 किलोग्राम हैं। यदि पहले, दूसरे, तीसरे और चौथे छात्र का

भार क्रमश: 40, 48, 42, 50 हैं तो बताइए पाँचवें छात्र का भार क्या होगा?

8. निम्नलिखित प्रतिशत को दशमलव भिन्न में व्यक्त कीजिए

(i) 50% (ii) 99% (iii) 32% (iv) 3%

9. निम्नलिखित को प्रतिशत में बदलिए

(i) $\frac{7}{8}$ (ii) $1\frac{3}{4}$ (iii) 0.08 (iv) 1.9

10. लक्ष्मी ने गणित विषय में 100 में से 72 अंक प्राप्त किए। बताइए वह कितने अंक और प्राप्त करती कि उसके प्राप्तांक 85% हो जाते ?

11. उमेश ने अपनी यात्रा की कुल दूरी का 40% बस द्वारा तथा शेष यात्रा रेल द्वारा तय की। यदि उसने कुल 6500 कि.मी. यात्रा की तो बताइए उसने बस एवं रेल द्वारा कितने किलोमीटर यात्रा तय की?

12. एक मतदान केंद्र पर मतदाताओं की संख्या 870 हैं। यदि मतदान के दिन 90% मतदाताओं ने अपने मताधिकार का उपयोग किया तो बताइए कितने मतदाताओं ने मतदान में भाग नहीं लिया?

13. सुरेश को एक पंखा ₹750 में बेचने पर उसे ₹ 75 की हानि हुई। बताइए सुरेश ने कितने रुपये में पंखा खरीदा था।

14. एक व्यक्ति ने 10 दर्जन कापियाँ ₹1200 में खरीदी। ₹ 200 लाभ प्राप्त करने के लिए उसे कितने रुपये प्रति दर्जन के हिसाब से कापियों को बेचना होगा?

15. एक फल विक्रेता ने ₹300 में एक पेटी सेव खरीदे। उस पेटी में 200 सेव निकले। उसमें से 12 सेव खराब निकले, शेष उसने ₹1.60 प्रति सेव के हिसाब से बेच दिया। फल विक्रेता को सेव से हुए लाभ या हानि की गणना कीजिए।

16. एक व्यक्ति ने एक स्कूटर ₹ 17,780 में खरीदा तथा मरम्मत आदि पर ₹1598 खर्च किए बताइए वह स्कूटर कितने रुपये में बेंचे की उसे ₹ 1500 का लाभ हो?

17. वह धन ज्ञात कीजिए। जिस पर 4% वार्षिक ब्याज की दर से $1\frac{1}{2}$ वर्षों में ₹150 ब्याज प्राप्त हो?

18. कितने समय बाद ₹500 का ब्याज 5% वार्षिक ब्याज की दर से ₹175 हो जायेगा?

19. 5% वार्षिक ब्याज की दर से ₹600 का 4 वर्षों में मिश्रधन कितना होगा?

20. सुरेश ने मुकेश से ₹650, 8% वार्षिक की दर से उधार लिए उसने 1 वर्ष 6 माह बाद मुकेश को कितने रुपये लौटाए?

21. रमेश ने अपनी वाशिंग मशीन ₹650 की हानि पर ₹3560 में बेच दी। मशीन का क्रय मूल्य कितना था?

22. सरिता ने दिनेश जनरल स्टोर्स, सतना से 20.9.2006 को निम्नलिखित सामग्री क्रय की, बिल बनाइए।

1. साबुन	5 नग	₹9 प्रति नग।
2. टूथब्रश	2 नग	₹15 प्रति नग।
3. शेम्पू	1 नग	₹12 प्रति नग।
4. कंघी	2 नग	₹2 प्रति नग।

पाठ 12

मापन (लम्बाई, वजन, धारिता)

आइए सीखें-

- चार गणितीय संक्रियाओं में से किन्हीं दो पर आधारित लम्बाई की मानक इकाइयों को एक-दूसरे में बदलकर उनसे संबंधित दैनिक जीवन की सरल समस्याओं पर आधारित प्रश्नों को समझ कर हल करना।
- निकट परिवेश में उपलब्ध वस्तुओं एवं छोटी दूरियों को तथा सरल और वक्र रेखाओं को मीटर व सेंटीमीटर में माप सकना।
- परिचित वस्तुओं एवं छोटी दूरियों की लम्बाई को जो पाँच मीटर से अधिक न हो मानक इकाइयों में अनुमान लगाकर पुष्टि कर सकना।
- भार की मानक इकाइयों से संबंधित सरल दैनिक समस्याओं पर आधारित प्रश्नों को मौखिक तथा लिखकर हल कर सकना।
- अमानक मापों जैसे : प्याला, छोटी बोतल आदि से धारिता का अनुमान लगा कर पुष्टि कर सकना।
- लीटर और मिलीलीटर से संबंधित सरल और दैनिक समस्याओं पर आधारित प्रश्नों को मौखिक तथा लिखित रूप से हल कर सकना।

भाग 1 : लम्बाई

पिछली कक्षा में हमने लम्बाई की माप के लिए अंगुली, बालिश्त (बित्ता), हाथ, कदम आदि से नापने का तरीका अपनाया था, जो अमानक इकाइयाँ थीं।

अलग-अलग व्यक्तियों द्वारा अमानक ईकाई से किसी वस्तु की लम्बाई नापे जाने पर लम्बाई का मान अलग-अलग प्राप्त होता था। इसलिए लम्बाई नापने के लिए एक मानक इकाई की आवश्यकता पड़ी। लम्बाई की एक मानक इकाई "मीटर" है।

लम्बाई को नापने की कई मीटर से छोटी एवं बड़ी इकाइयाँ भी हैं, जो बढ़ते क्रम में क्रमश: डेकामीटर, हेक्टोमीटर और किलोमीटर हैं तथा घटते क्रम में क्रमश: डेसीमीटर, सेंटीमीटर एवं मिलीमीटर हैं। मूल इकाई मीटर से हम लम्बाई की बड़ी इकाइयां एवं छोटी इकाइयां बना सकते हैं।

बड़े मात्रक	छोटे मात्रक
किलो = 1000 गुना	डेसी = 10वाँ भाग = $\frac{1}{10}$
हेक्टो = 100 गुना	सेंटी = 100वाँ भाग = $\frac{1}{100}$
डेका = 10 गुना	मिली = 1000वाँ भाग = $\frac{1}{1000}$

लम्बाई की विभिन्न इकाइयों में निम्नानुसार संबंध है

1 मीटर से बड़े मात्रक

1 मीटर का 1000 गुना	1000 मीटर = 1 किलोमीटर
1 मीटर का 100 गुना	100 मीटर = 1 हेक्टोमीटर
1 मीटर का 10 गुना	10 मीटर = 1 डेका मीटर

1 मीटर से छोटे मात्रक

1 मीटर का 10वाँ भाग	= $\frac{1}{10}$ मीटर = 1 डेसीमीटर
1 मीटर का 100वाँ भाग	= $\frac{1}{100}$ मीटर = 1 सेन्टीमीटर
1 मीटर का 1000वाँ भाग	= $\frac{1}{1000}$ मीटर = 1 मिलीमीटर

1 किलोमीटर = 1000 मीटर, 1 मीटर = 100 सेंटीमीटर

1 सेंटीमीटर = 10 मिलीमीटर

ये सामान्यत: दैनिक जीवन के प्रयोग में आने वाली इकाइयाँ है।

एक मात्रक को दूसरे मात्रक में बदलना

- किलोमीटर को मीटर में बदलने के लिए 1000 का गुणा करते हैं।
- मीटर को सेंटीमीटर में बदलने के लिए 100 का गुणा करते हैं।
- सेंटीमीटर को मिलीमीटर में बदलने के लिए 10 का गुणा करते हैं।

बड़ी इकाई को छोटी इकाई में बदलने हेतु गुणा की क्रिया की जाती हैं

आइए इन्हें निम्न उदाहरणों से समझते हैं :

उदाहरण 1 2 किलोमीटर को मीटर में बदलिए।

हल : हम जानते हैं कि किलोमीटर से छोटी इकाई है मीटर

1 किलोमीटर = 1000 मीटर

इसलिए 2 किलोमीटर $= 2 \times 1000$

= 2000 मीटर, उत्तर

उदाहरण 2 4 मीटर को सेंटीमीटर में बदलिए।

हल : हम जानते हैं कि, मीटर से छोटी इकाई है सेंटीमीटर

1 मीटर = 100 सेंटीमीटर

इसलिए 4 मीटर $= 4 \times 100$

= 400 सेंटीमीटर उत्तर

उदाहरण 3 12 सेंटीमीटर को मिलीमीटर में बदलिए।

हल : हम जानते हैं कि सेंटीमीटर से छोटी इकाई है मिलीमीटर।

1 सेंटीमीटर = 10 मिलीमीटर

इसलिए, 12 सेंटीमीटर $= 12 \times 10$

= 120 मिलीमीटर उत्तर

छोटी इकाई को बड़ी इकाई में बदलने हेतु भाग की क्रिया की जाती हैं।

याद रखने के लिए

- मीटर को किलोमीटर में बदलने के लिए 1000 का भाग देते हैं।
- सेंटीमीटर को मीटर में बदलने के लिए 100 का भाग देते हैं।
- मिलीमीटर को सेंटीमीटर में बदलने के लिए 10 का भाग देते हैं।

आइए इन्हें निम्न उदाहरणों से समझते हैं

उदाहरण 4 3000 मीटर को किलोमीटर में बदलिए।

हल : हम जानते हैं कि

1000 मीटर = 1 किलोमीटर

इसलिए 3000 मीटर = 3000 ÷ 1000

= 3 किलोमीटर। उत्तर

उदाहरण 5 575 सेंटीमीटर को मीटर में बदलिए?

हल : हम जानते हैं कि

100 सेंटीमीटर = 1 मीटर

इसलिए 575 सेंटीमीटर= 575 ÷ 100

= 5.75 मीटर। उत्तर

उदाहरण 6 400 मिलीमीटर को सेंटीमीटर में बदलिए?

हल : हम जानते हैं कि,

10 मिलीमीटर = 1 सेंटीमीटर

400 मिलीमीटर = (400 ÷ 10)

= 40 सेंटीमीटर उत्तर।

अभ्यास 12.1

1. कितने मीटर का एक किलोमीटर होता है? [ ]
2. 10 सेंटीमीटर में कितने मीटर होते हैं? [ ]
3. एक किलोमीटर में कितने सेंटीमीटर होते हैं? [ ]
4. 10 मीटर = ... सेंटीमीटर
5. 1 मिलीमीटर = ... सेंटीमीटर

6. 1 सेंटीमीटर = ... मीटर

7. 1 मीटर = ... किलोमीटर

8. 573 सेंटीमीटर को मीटर में बदलिए।

9. 1378 मीटर को किलोमीटर में बदलिए।

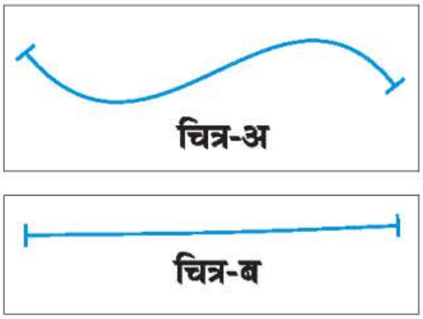
10. 1713 सेंटीमीटर को मिलीमीटर में बदलिए।

11. सुरेश के घर से उसके विद्यालय की दूरी 2,345 मीटर है। इस दूरी को किलोमीटर में बताइए।

12. एक मैदान की लम्बाई 13 मीटर है। इस लम्बाई को सेंटीमीटर में बताइए।

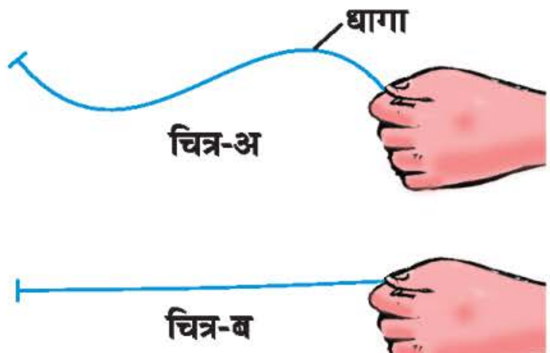
सरल तथा वक्र रेखाओं को नापना

आइए एक गतिविधि करके देखते हैं कि चित्र 'अ' और चित्र 'ब' में से किसकी लम्बाई अधिक हैं।


चित्र-अ
चित्र-ब

क्या वक्र रेखाखण्ड 'अ' को स्केल की सहायता से नाप सकते हैं? क्या इसको नापने का कोई अन्य तरीका हो सकता है?

दोनों रेखाखण्डों की लम्बाई को नापने के लिए धागा, रस्सी या फीता का सहारा लेते हैं।



चित्र-अ
चित्र-ब

वक्र रेखाखण्ड 'अ' पर चित्र में दिखाए अनुसार धागा या रस्सी रखते हैं। इस धागे को सीधा करके स्केल की सहायता से माप कर लेते हैं। ठीक इसी प्रकार धागे या रस्सी की सहायता से रेखाखण्ड 'ब' पर चित्र में दिखाए अनुसार रखकर उसकी माप नोट कर लेते हैं। अब इन रेखाखण्डों की तुलना कर यह जाना जा सकता है कि कौन सा रेखाखण्ड कितना लम्बा है।

रेखाखण्ड	अ	ब
लम्बाई		

शिक्षण संकेत : शिक्षक प्रत्येक बच्चे से उपर्युक्त सारणी बनवाकर उसमें लम्बाई धागे की सहायता से स्केल द्वारा नापकर लिखवाएँ और उसे मिलीमीटर में भी बदलवाएँ।

लम्बाई संबंधी प्रश्नों का हल हम निम्न उदाहरणों से समझते हैं

उदाहरण 7 एक दुकानदार ने एक ग्राहक को 3 मीटर 40 से.मी. पर्दे का लाल कपड़ा एवं 4 मीटर 30 से.मी. सफेद कपड़ा बेचा। बताइए उसने कुल कितना कपड़ा बेचा?

हल : ग्राहक को बेचा गया लाल कपड़ा = 3 मीटर 40 से.मी.

ग्राहक को बेचा गया सफेद कपड़ा = 4 मीटर 30 से.मी.

ग्राहक को बेचा गया कुल कपड़ा = 7 मीटर 70 सेमी. उत्तर

उदाहरण 8 एक ग्राम पंचायत ने 2 कि.मी. 200 मीटर लम्बी कच्ची सड़क का निर्माण कर विद्यालय को मुख्य सड़क से जोड़ने का कार्य आरंभ किया। उन्होंने 1 कि.मी. 150 मीटर सड़क का निर्माण पूर्ण कर लिया है। बताइए अब उन्हें कितनी लम्बी सड़क का निर्माण करना शेष है?

हल : निर्माण की जाने वाली सड़क की कुल लम्बाई = 2 कि.मी. 200 मीटर

निर्माण की जा चुकी सड़क की लम्बाई = – 1 कि.मी. 150 मीटर

शेष सड़क की लम्बाई = 1 कि.मी. 50 मीटर

उदाहरण 9 एक रजाई का कवर बनाने के लिए 5 मी. 30 से.मी. कपड़ा लगता है। 8 रजाइयों का कवर बनाने के लिए कितना कपड़ा लगेगा?

हल : एक रजाई का कवर बनाने में कपड़ा लगता है = 5 मी. 30 से.मी.

इसलिए 8 रजाइयों का कवर बनाने में लगा कुल कपड़ा = 5 मी. 30 से.मी.

× 8

= 40 मी. 240 से.मी.

अतः कुल कपड़ा = 40 मी. 240 से.मी.

= 40 मी. + 200 से.मी. + 40 से.मी.

= 40 मी.+2 मी.+ 40 से.मी. (100 सेमी.=1 मी.)

= 42 मी. 40 से.मी. उत्तर

अभ्यास 12.2

1. 20 मी. 70 से.मी. और 15 मी. 30 से.मी. को जोड़िए।
2. 6 कि.मी. 250 मी. और 24 कि.मी. 370 मी. को जोड़िए।
3. 73 मी. 49 से.मी. में से 67 मी. 35 से.मी. घटाइए।
4. 17 कि.मी. 750 मी. में से 9 कि.मी. 525 मी. घटाइए।
5. 8 से.मी. लम्बा एक रेखाखण्ड है तो इसमें से 2 से.मी. लम्बाई वाले कितने रेखाखण्ड कांटे जा सकते हैं?
6. मुकेश बाजार से 2 मी. 60 से.मी. पेंट का कपड़ा खरीद कर लाया। उसमें से 1 मी. 40 से.मी. कपड़ा अपने भाई को दे दिया तो बताइए मुकेश के पास कितना कपड़ा शेष बचा?
7. सुरेश ने कमीज के लिए 2 मी. 20 से.मी. कपड़ा, पेंट के लिए 1 मी. 20 से.मी. एवं सूट के लिए 4 मी. 80 से.मी. कपड़ा खरीदा तो बताइए सुरेश ने कुल कितना कपड़ा खरीदा।
8. एक सूट बनाने में 3 मी. 30 से.मी. कपड़ा लगता है तो ऐसे 11 सूट बनवाने में कुल कितना कपड़ा लगेगा?
9. एक नाप का 5 कुर्ता पजामा बनाने के लिए 28 मीटर कपड़ा लगता है, तो बताइए ऐसा एक कुर्ता पजामा बनाने में कितना कपड़ा लगेगा?
10. तार के पाँच समान बंडल में 127 मीटर 40 से.मी. तार आता है, तो बताइए एक बंडल में कितना तार आएगा?
11. एक मेज की ऊँचाई 1 मीटर 25 से.मी. है तथा एक स्टूल की ऊँचाई मेज की ऊँचाई से 40 से.मी. कम है, तो स्टूल की ऊँचाई बताइए?
12. एक गाँव को सम्पर्क सड़क से जोड़ने के लिए प्रथम दिन 2 कि.मी. 650 मीटर तथा दूसरे दिन 3 कि.मी. 200 मीटर सड़क का निर्माण किया गया। बताइए दो दिन में कुल कितनी लम्बी सड़क का निर्माण किया गया?
13. कक्षा पाँचवी के दो बच्चों की लम्बाई में 25 सेंटीमीटर का अंतर है। यदि छोटे बच्चे की लम्बाई एक मीटर हैं, तो बड़े बच्चे की लम्बाई बताइए?

14. मैदान का एक चक्कर लगाने के लिए 500 मीटर दौड़ना पड़ता हैं। एक धाविका को 5 किलोमीटर की दौड़ पूरी करने के लिए मैदान के कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे?

15. एक दौड़ प्रतियोगिता में आनंद कुल 5 कि.मी. 750 मीटर दौड़ा और अनीस कुल 4 कि.मी. 825 मीटर दौड़ा। बताइए कौन अधिक दौड़ा और कितना अधिक?

अभ्यास 12.3

मौखिक प्रश्न

1. तार के एक टुकड़े की लम्बाई 2 मीटर हैं, तो ऐसे चार टुकड़ों की लम्बाई कितनी होगी?
2. 50 मीटर कपड़े के थान में से 15 मीटर कपड़ा बिक गया तो बताइए कितना कपड़ा शेष बचा?
3. 10 कदमों की लम्बाई 5 मीटर है तो एक कदम की लम्बाई बताइए।
4. 9 मीटर में कितने सेंटीमीटर होते हैं?
5. 15 मीटर लम्बाई वाले रिबन में से 2 मीटर लम्बाई के 6 टुकड़े काट कर अलग कर दिये गये, तो बताइए कितनी लम्बाई का शेष रिबन बचा?

क्रियाकलाप

कक्षा के बच्चों से कक्षा की एक दीवार की एवं डेस्क की लम्बाई सेंटीमीटर स्केल की सहायता से नापिए और इस नाप को लम्बाई के दूसरे मात्रक में बदलिए

क्र.	वस्तु की (लम्बाई)	अनुमान लगाकर (से.मी.)	नापकर (से.मी.)	मात्रक बदलकर (मीटर में)
(i)	दीवार			
(ii)	डेस्क			
(iii)				
(iv)				

क्रियाकलाप : की तरह बच्चों को अपने घर से किन्हीं दो वस्तुओं की लम्बाई ज्ञात करने व उनके बीच तुलना कर कौन सी वस्तु लम्बी है, ज्ञात करने को कहें।

भाग 2 : वजन

गेहूँ का एक ढेर है। इसे चार व्यक्तियों को बराबर-बराबर बांटना है तो उसे कैसे बाँटेंगे? यदि गेहूँ के ढेर को अंदाज से चार बराबर-बराबर भाग करें तो क्या चारों भाग आपस में बराबर होंगे? नहीं, क्योंकि कोई भाग ज्यादा या कम हो सकता है। सही रूप में बराबर भाग करने के लिए एक निश्चित माप की जरूरत पड़ती है।

इसके लिए हम पहले गेहूँ के ढेर को तौल लेते हैं। यह तौल ही गेहूँ की माप कहलायेगी। यदि गेहूँ के ढेर का कुल वजन 50 किलोग्राम है और इसको चार व्यक्तियों में बराबर-बराबर बाँटना हैं, बताइए प्रत्येक व्यक्ति को कितने वजन का गेहूँ देना पड़ेगा? इस प्रकार प्रत्येक व्यक्ति को 12 किलो, 500 ग्राम वजन का गेहूं देना पड़ेगा।

वजन (भार) के नापने की एक इकाई ग्राम है। वजन (भार) के मापन की छोटी इकाइयों के साथ-साथ बड़ी इकाइयाँ भी हैं। ग्राम से ही हम वजन की बड़ी इकाइयाँ और छोटी इकाइयाँ बनाते हैं।

बड़ी इकाइयाँ

1 ग्राम × 1000 = 1000 ग्राम = 1 किलोग्राम

1 ग्राम × 100 = 100 ग्राम = 1 हेक्टोग्राम

1 ग्राम × 10 = 10 ग्राम = 1 डेकाग्राम

छोटी इकाइयाँ

1 ग्राम $\times \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ ग्राम = 1 डेसीग्राम

1 ग्राम $\times \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$ ग्राम = 1 सेंटीग्राम

1 ग्राम $\times \frac{1}{1000} = \frac{1}{1000}$ ग्राम = 1 मिलीग्राम

सामान्यत: दैनिक जीवन में प्रयुक्त होने वाली इकाइयाँ

1 किलोग्राम = 1000 ग्राम	1 क्विंटल = 100 किलोग्राम
आधा किलो = 500 ग्राम	1 पाँव = 250 ग्राम

1 किलोग्राम (कि.ग्रा.)	= 10 हेक्टोग्राम (हे.ग्रा.)
1 हेक्टोग्राम	= 10 डेका ग्राम
1 डेकाग्राम	= 10 ग्राम
1 ग्राम	= 10 डेसीग्राम
1 डेसीग्राम	= 10 सेंटीग्राम
1 सेंटीग्राम	= 10 मिलीग्राम

वजन (भार) संबंधी प्रश्नों का हल हम निम्न उदाहरणों से समझते हैं।

उदाहरण 10 एक दुकानदार के पास 100 किलोग्राम आटा था। उसने एक दिन में 45 कि.ग्रा. आटा बेच दिया। बताइए कितना आटा शेष बचा?

हल : एक दुकानदार के पास कुल आटा = 100 कि.ग्रा.

बेचा गया कुल आटा = 45 कि.ग्रा.

दुकानदार के पास शेष बचा आटा = कुल आटा – बेचा गया आटा

= 100 – 45

= 55 किलोग्राम, उत्तर

उदाहरण 11 राशन की दुकान में प्रति सदस्य 15 कि.ग्रा. गेहूँ मिलता है। दीनू के परिवार में 5 सदस्य हैं। बताइए दीनू को कुल कितना गेहूँ मिलेगा?

हल : प्रति सदस्य मिलने वाला गेहूँ = 15 कि.ग्रा.

5 सदस्यों को मिलने वाला गेहूँ = 15 कि.ग्रा. × 5

= 75 कि.ग्रा., उत्तर

अभ्यास 12.4

1. बदलिए (i) 6 किलोग्राम को ग्राम में।

(ii) 15 किलोग्राम को ग्राम में।

(iii) 5000 ग्राम को किलोग्राम में।

(iv) 750 ग्राम को किलोग्राम में।

2. जोड़िए

(i) 15 कि.ग्रा. 750 ग्राम में, 13 कि.ग्रा. 227 ग्राम।

(ii) 43 कि.ग्रा. 532 ग्राम में, 27 कि.ग्रा. 250 ग्राम।

3. घटाइए

(i) 28 कि.ग्रा. 550 ग्राम में से 13 किलोग्राम 250 ग्राम।

(ii) 70 कि.ग्रा. 675 ग्राम में से 35 कि.ग्रा. 500 ग्राम।

4. मोहन ने बाजार से 2 किलोग्राम 500 ग्राम आलू, 3 किलोग्राम 500 ग्राम टमाटर और 250 ग्राम धनियाँ खरीदी। बताइए मोहन ने कुल कितने कि.ग्रा. सब्जी खरीदी?

5. सेब की एक डलिया का वजन 30 किलोग्राम 750 ग्राम हैं। संतरा की डलिया का वजन 28 किलोग्राम 500 ग्राम है। बताइए दोनों फलों की डलिया का कुल वजन कितना हैं। साथ ही बताइए उनमें कौन सी डलिया अधिक वजनी (भारी) हैं?

6. एक दुकानदार के पास 78 कि.ग्रा. 500 ग्राम शक्कर है। उसने एक ग्राहक को 15 कि.ग्रा. 250 ग्राम शक्कर तथा दूसरे ग्राहक को 13 कि.ग्रा. 500 ग्राम शक्कर बेची। बताइए दुकानदार के पास कितनी शक्कर शेष बची?

7. चार व्यापारियों ने मिल से 8 बोरी चावल मंगाए। प्रत्येक बोरी में 24 किलोग्राम 500 ग्राम चावल थे। यदि चारों व्यापारी चावल को बराबर बाँट ले तो, बताइए प्रत्येक को कितना चावल मिलेगा?

8. किसान के एक खेत में 60 किलोग्राम 400 ग्राम, दूसरे खेत में 56 किलोग्राम 800 ग्राम प्याज पैदा हुई। इसमें से उसने 98 किलोग्राम 200 ग्राम प्याज सब्जीमंडी में बेंच दिए। बताइए, अब उसके पास कितनी प्याज शेष रही?

अभ्यास 12.5

मौखिक प्रश्न

1. बलवीर ने दुकान से 15 कि.ग्रा. गुड़, और 25 कि.ग्रा. आटा खरीद कर एक थैली में रखा। थैली का कुल वजन बताइए।

2. स्कूल में 47 किलोग्राम दलिया था। आज बच्चों के लिए 25 किलोग्राम दलिये का खाना बना तो बताइए अब कितना दलिया शेष बचा?

3. 100 कि.ग्रा. गेहूँ में से 20 कि.ग्रा. वजन की कितनी बोरियाँ गेहूँ से भरी जा सकती हैं?

4. एक दुकानदार के पास 75 कि.ग्रा. शक्कर हैं। उसने कुल शक्कर से 15 पैकेट बनाए। बताइए प्रत्येक पैकेट में कितनी शक्कर थी?

5. मिठाई की दुकान पर 60 किलोग्राम मिठाई है। पहले दिन 15 किलोग्राम मिठाई दूसरे दिन 10 किलोग्राम मिठाई, तीसरे दिन 12 किलोग्राम मिठाई बिकी। बताइए अब दुकान में शेष कितनी मिठाई बची?

6. एक थैली में 2 कि.ग्रा. वजन वाले 14 पैकेट रखे हुए हैं। थैली का कुल वजन बताइए?

भाग 3 : धारिता

हम एक कप और गिलास लेते हैं। अनुमान से बताइए इस गिलास में कितने कप पानी आयेगा। अब कप से नापकर गिलास में पानी डालते हैं। इसमें कितना अंतर हैं? आइए इसी प्रकार की निम्न गतिविधि करते हैं।

नीचे लिखी तालिका को अनुमान लगाकर भरते हैं। पहले अनुमान और फिर वास्तविक धारिता वाले माप से किस बर्तन में कितना पानी आएगा

क्र.	नाम बर्तन	गिलास से		500 मिली के नाप से	
		अनुमान लगाकर	नापकर	अनुमान लगाकर	नापकर
1.	बाल्टी				
2.	कटोरा				
3.	लोटा				
4.	जग				
5.	गिलास				
6.	प्लास्टिक मग				
7.	बोतल				
8.	टंकी				
9.					
10.					
11.					

शिक्षण संकेत : उपर्युक्त गतिविधि अपने आसपास के परिवेश में उपलब्ध सामग्री से भी करवा सकते हैं।

उपर्युक्त गतिविधियों के आधार पर हम कह सकते हैं कि जिस बर्तन में जितना तरल पदार्थ समाता है, वह उस बर्तन की धारिता कहलाती हैं।

धारिता के मापने की मूल इकाई लीटर है। धारिता के मापन की छोटी इकाइयों के साथ-साथ बड़ी इकाइयाँ भी हैं।

बड़े मात्रक

1 लीटर का 1000 गुना	= 1000 लीटर
1000 लीटर	= 1 किलोलीटर
1 लीटर का 100 गुना	= 100 लीटर
100 लीटर	= 1 हेक्टोलीटर
1 लीटर का 10 गुना	= 10 लीटर
10 लीटर	= 1 डेका लीटर

छोटे मात्रक

1 लीटर का $\frac{1}{10}$ भाग = 1 डेसी लीटर

1 लीटर का $\frac{1}{100}$ भाग = 1 सेंटीलीटर

1 लीटर का $\frac{1}{1000}$ भाग = 1 मिलीलीटर

इन इकाइयों में पारस्परिक संबंध निम्न तालिका के अनुसार हैं

1 किलोलीटर	= 10 हेक्टोलीटर
1 हेक्टोलीटर	= 10 डेकालीटर
1 डेकालीटर	= 10 लीटर
1 लीटर	= 10 डेसी लीटर
1 डेसी लीटर	= 10 सेंटी लीटर
1 सेंटी लीटर	= 10 मिलीलीटर

प्रश्न का हल निम्न उदाहरणों से समझते हैं

उदाहरण 12 एक कप में यदि 50 मिली पानी आता है, तो ऐसे 25 कपों में कितने लीटर पानी आयेगा?

हल : चूँकि एक कप में पानी आता है $= 50$ मिली

इसलिए 25 कपों में पानी आयेगा $= 50 \times 25$

$= 1250$ मिली.

1000 मि.ली. $= 1$ लीटर

1250 मि.ली. $= \frac{1250}{1000}$ 1.25 लीटर। उत्तर

उदाहरण 13 एक पतीली में 8 गिलास पानी आया। इस पानी को नापो तो यह 5 लीटर 600 मिलीलीटर है। बताइए एक गिलास पानी की माप क्या होगी।

हल : 1 लीटर = 1000 मिलीलीटर

5 लीटर 600 मिलीलीटर $= 5 \times 1000 + 600$

$= 5600$ मिलीलीटर

चूँकि 8 गिलास पानी की माप $= 5600$ मिलीलीटर

1 गिलास पानी की माप $= \frac{5600}{8}$

$= 700$ मिलीलीटर, उत्तर

अभ्यास 12.6

1. अशोक एक दुकानदार से 1 लीटर 500 मि.ली. सरसों का तेल, 2 लीटर 100 मि.ली. मूँगफली का तेल खरीदता है। बताइए अशोक ने कुल कितना तेल खरीदा?

2. एक दूधवाले के पास 10 ली. 500 मि.ली. दूध था। उसने सोहन को 4 ली. 700 मि.ली. दूध बेचा। बताइए उसके पास में कितना दूध शेष बचा?

3. एक बोतल में 1 ली. 500 मि.ली. तेल आता हैं, तो बताइए इससे 300 मि.ली. वाली कितनी शीशियाँ भरी जा सकती हैं?

4. एक पीपे में 15 ली. मूँगफली का तेल था। सीमा ने उस पीपे से 2 ली. 300 मि.ली. तेल पहले माह में, 2 ली., 900 मि.ली. दूसरे माह में और 6 ली. तीसरे माह में तेल निकाला। बताइए तीन माह बाद पीपे में कुल कितना तेल शेष बचा?

5. एक केतली में 2 ली. 250 मि.ली. चाय को 9 गिलासों में बराबर-बराबर भरने पर प्रत्येक गिलास में कितनी चाय आयेगी।

6. एक लोटे में 700 मि.ली. दूध आता हैं तथा दूसरे बड़े लोटे में 1 लीटर 200 मि.ली. दूध आता है। बताइए दूसरे लोटे में पहले लोटे से कितना अधिक दूध आता है?

7. मेहबूब के दूध डेयरी में आज 20 लीटर दूध था। मेहबूब ने 16 लीटर 600 मि.ली. दूध बेच दिया। शेष बचे दूध से दही बनाया। बताइए उसने कितने दूध का दही बनाया।

8. एक टंकी भरने में 20 लोटा पानी लगता है, यदि लोटे में 500 मि.ली. पानी समाता हैं, तो बताइए टंकी में कुल कितना पानी समाएगा?

9. सुरेन्द्र के पास 50 लीटर दूध था। उसने 2 लीटर 500 मि.ली. प्रति व्यक्ति के हिसाब से पाँच व्यक्तियों को दूध बेच दिया। बताइए सुरेन्द्र के पास कितना दूध शेष बचा?

अभ्यास 12.7

मौखिक प्रश्न

1. 1000 मि.ली. गन्ने के रस को चार साथियों में बाँटना हैं, बताइए प्रत्येक को कितना रस मिलेगा?

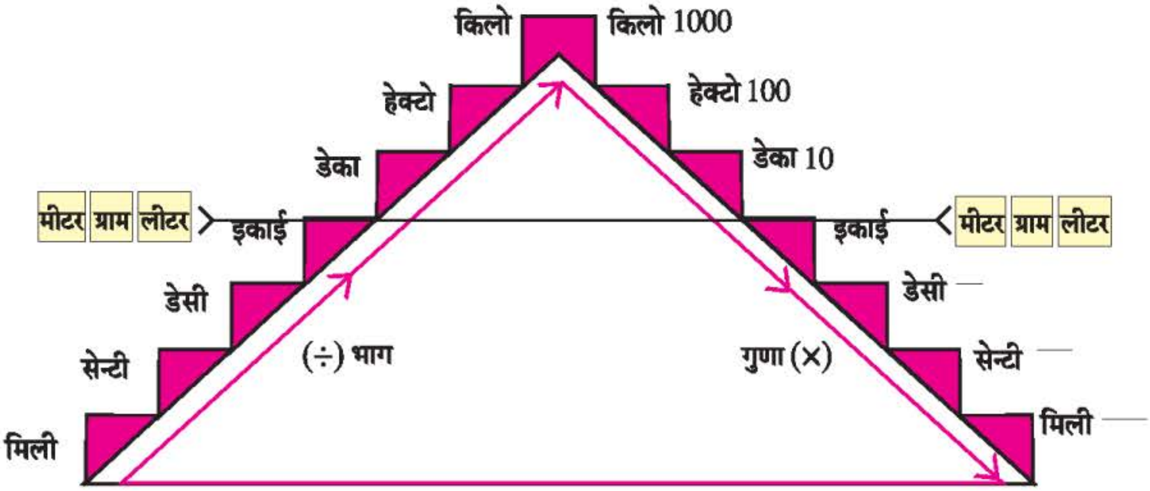
2. एक बोतल में 200 मि.ली. दूध आता है, बताइए ऐसी चार बोतलों में कुल कितना दूध आयेगा?

3. एक दूधवाले के पास 5 ली. 700 मि.ली. दूध हैं। उसने एक ग्राहक को 1 ली. 200 मि.ली. दूध तथा दूसरे ग्राहक को 2 ली. 300 मि.ली. दूध बेच दिया। बताइए उसके पास कितना दूध शेष बचा?

4. एक लोटे में 500 मि.ली. पानी है। दूसरे लोटे में 250 मि.ली. पानी है। दोनों लोटों का पानी एक जग में डाल दिया तो बताए उस जग में कितना पानी हैं?

5. एक गिलास पानी भरने के लिए एक प्याले से 3 बार भरकर पानी डालना पड़ता हैं, तो बताइए 5 गिलास पानी भरने के लिए कितने प्याले पानी की जरूरत होगी?

लम्बाई, वजन और धारिता के मूल मात्रकों को एक ही तालिका में भी निम्नानुसार दिखाया जा सकता है

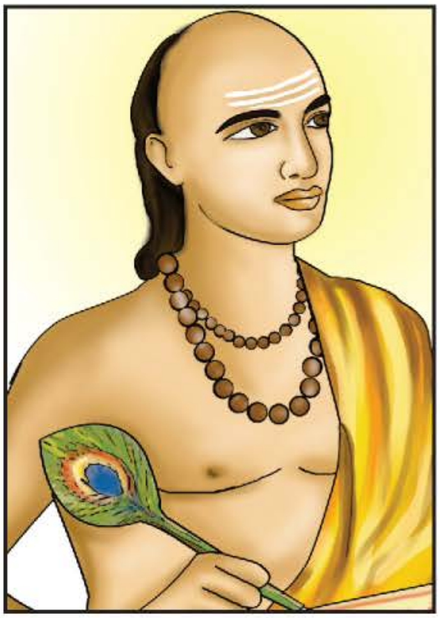


पाठ 13
समय

आइए सीखें :

- किसी कार्य अथवा घटना में लगने वाले समय की गणना पूर्वाह्न और अपराह्न के बीच करना।
- समय संबंधी सरल दैनिक समस्याओं को हल करना, जिनमें सप्ताह, दिन, घंटे और मिनट हो और सप्ताह तथा दिन को घंटों में बदलना भी हो।

वराहमिहिर



वराहमिहिर का जन्म मध्यप्रदेश के उज्जयिनी नामक नगर में हुआ था। इनका जन्म काल 499 ई. अर्थात् विक्रम संवत् 556 के आसपास अनुमानित किया जाता है। इनके पिता का नाम आदित्यदास तथा माता का नाम सत्यवती था।

वराहमिहिर एक महान गणितज्ञ तथा खगोलशास्त्री थे। उन्होंने भारतीय पञ्चाङ्ग(कैलेण्डर) को संशोधित किया। उनके मुख्य ग्रंथ पंच सिद्धांतिका, वृहत, संहिता तथा वृहत जातक आदि हैं।

बहुमुखी प्रतिभा सम्पन्न इस महान ज्योतिषाचार्य का निधन लगभग 644 विक्रम संवत् अर्थात् 587 ई. सन् के आसपास हुआ।

पूर्वाह्न और अपराह्न के बीच लगने वाले समय की गणना

पिछली कक्षा में हम घड़ी के समय से परिचित हो चुके हैं। घड़ी के समय 6 बजकर 30 मिनट को हम 6:30 लिखते हैं। इससे यह नहीं पता चलता है कि यह समय सुबह का है या शाम का।

घड़ी से समय देखने पर पता चलता है कि यह केवल 12 भागों में बंटी हैं जबकि एक दिन (दिन-रात) में 24 घंटे होते हैं। कहीं-कहीं अपराह्न, पूर्वाह्न का उपयोग नहीं किया जाता है वहाँ समय की गणना इस प्रकार करते हैं।

जैसे दोपहर बाद 1:00 बजे को 13:00 बजे

2:00 बजे को 14:00 बजे दर्शाते हैं।

इसी प्रकार क्रमशः 24:00 बजे तक का उपयोग करते हैं।

(1) पूर्वाह्न : मध्य रात्रि 12 बजे से दोपहर 12 बजे के ठीक पहले तक के समय को पूर्वाह्न लिखा जाता है।

जैसे : सुबह के 8:00 बजे को 8 बजे पूर्वाह्न लिखेंगे।

अंग्रेजी में पूर्वाह्न को Anti Meridian (A.M.) 8 A.M. लिखेंगे।

(2) अपराह्न : दोपहर 12 बजे से 12 बजे मध्य रात्रि के पहले तक के समय को अपराह्न लिखा जाता है।

जैसे : दोपहर 3:00 बजे को 3 बजे अपराह्न लिखते हैं। रात्रि 8:00 बजे को भी 8 बजे अपराह्न लिखेंगे।

अंग्रेजी में अपराह्न को Post Meridian (P.M.) लिखते हैं।

इस प्रकार 12 घंटे वाली घड़ी के समय में दोपहर 12 बजे के ठीक पहले के समय को पूर्वाह्न और 12:00 बजे के बाद के समय को अपराह्न लिखते हैं।

आइए सारणी और चित्र को देखते हैं।

इसमें पूर्वाह्न और अपराह्न समय को 24 घंटे के समय (24 घंटे वाली घड़ी) के द्वारा समझाया है।

घड़ी समय	
12 घंटों में	24 घंटों में
12 मध्य रात्रि या 00 बजे	00:00 घंटे या 24 बजे
1 पूर्वाह्न	01:00 बजे
2 पूर्वाह्न	02:00 बजे
:	:
:	:
11 पूर्वाह्न	11:00 बजे

12 दोपहर	12:00 बजे दोपहर
1 अपराह्न	13:00 बजे
:	:
:	:
11 अपराह्न	23:00 बजे
12 मध्य रात्रि या 00 बजे	00:00 बजे या 24 बजे

उपर्युक्त सारणी और चित्र को देखकर बताइए कि

(1) 11:00 बजे को क्या कहते हैं?

(2) 13:00 बजे को क्या कहते हैं?

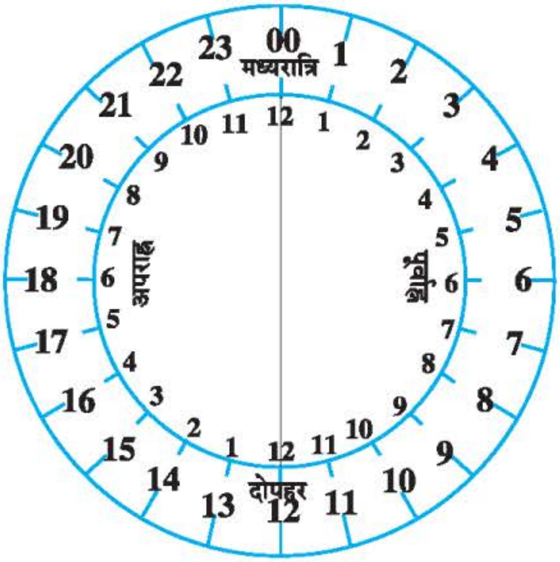
(3) 2:00 पूर्वाह्न को क्या कहते हैं?

(4) 11:00 अपराह्न को क्या कहते हैं?

(5) 17:00 बजे को क्या कहते हैं?

(6) 7:00 पूर्वाह्न को क्या कहेंगे?

(7) 4:00 अपराह्न को क्या कहेंगे?



आइए उपरोक्त समय को निम्नलिखित उदाहरणों से समझते हैं

उदाहरण 1 : निम्नलिखित समय को पूर्वाह्न और अपराह्न समय में व्यक्त कीजिए :

(i) प्रात: 5:30 (ii) सायं 5:30 (iii) दोपहर 2:30

हल : (i) प्रात: 5:30, 12 मध्यरात्रि और दोपहर 12 बजे के बीच का समय है, अत: 5:30 पूर्वाह्न।

(ii) सायं 5:30, दोपहर 12 बजे एवं 12 मध्य रात्रि के बीच का समय है, अत: 5:30 अपराह्न।

(iii) दोपहर 2:30, दोपहर 12 बजे एवं 12 मध्य रात्रि के बीच का समय है, अत: 2:30 अपराह्न।

उदाहरण 2 24 घंटा घड़ी समय में बदलिए।

(i) 8:30 पूर्वाह्न (ii) 7:30 अपराह्न (iii) 11:20 पूर्वाह्न

(iv) 9:05 अपराह्न

हल :

(i) 8:30 पूर्वाह्न = 0:00+8:30

= 8:30 बजे

(ii) 7:30 अपराह्न = 12:00 + 7:30

=19:30 बजे

(iii) 11:20 पूर्वाह्न = 0:00+11:20

=11:20 बजे

(iv) 9:05 अपराह्न = 12:00 + 9:05

= 21:05 बजे

उदाहरण 3 12 घंटा-घड़ी समय में बदलिए।

(i) 20:20 बजे (ii) 13:50 बजे (iii) 18:40 बजे

हल :

(i) 20:20 बजे, यह समय 12 से अधिक है अत:

= 20:20 – 12:00

= 8:20 अपराह्न

(ii) 13:50 बजे = 13:50-12:00 (यह समय 12 घंटे से अधिक है)

= 1:50 अपराह्न

(iii) 18:40 बजे = 18:40-12:00 (यह समय 12 घंटे से अधिक है)

= 6:40 अपराह्न

अभ्यास 13.1

1. समय को पूर्वाह्न और अपराह्न में लिखिए

जैसे : सायं 6:30 बजे को [6:30 अपराह्न]

(i) प्रात: 10:15 [ ] (ii) प्रात: 4:30 [ ]

(iii) सायं 8:10 [ ] (iv) दोपहर के बाद 1:45 [ ]

(v) रात्रि 9:45 [ ] (vi) रात्रि 11:55 [ ]

2. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए

(i) आप प्रातः किस समय जागते हैं? [ ]

(ii) आप स्कूल किस समय जाते हैं? [ ]

(iii) आप किस समय खेलने जाते हैं? [ ]

(iv) आप किस समय रात्रि को सोते हैं? [ ]

(v) आपके पिता सायं किस समय घर लौटते हैं? [ ]

3. नीचे दिये गये समय के 5 घंटे बाद क्या समय होगा?

(i) 4:35 पूर्वाह्न [9:35 पूर्वाह्न]

(ii) 11:00 पूर्वाह्न [ ] (iii) 2:45 पूर्वाह्न [ ]

(iv) 12:00 मध्याह्न [ ] (v) 12:00 मध्य रात्रि [ ]

(vi) 6:50 पूर्वाह्न [ ] (vii) 11:45 पूर्वाह्न [ ]

4. नीचे दिये गये समय के 3 घंटे पूर्व क्या समय था?

(i) 8:40 अपराह्न [5:40 अपराह्न] (ii) 5:40 पूर्वाह्न [ ]

(iii) 12:00 मध्याह्न [ ] (iv) 12 मध्य रात्रि [ ]

(v) 7:30 अपराह्न [ ] (vi) 4:05 पूर्वाह्न [ ]

समय की मापों को जोड़ना और घटाना

हम समय की विभिन्न इकाइयों जैसे : सेकेण्ड, मिनट और घंटा से परिचित हैं। इन विभिन्न इकाइयों में निम्नांकित प्रकार से संबंध हैं:

60 सेकेण्ड = 1 मिनिट

60 मिनिट = 1 घंटा

24 घंटे = 1 दिन

7 दिन = 1 सप्ताह

30 या 31 दिन = 1 महीना (फरवरी माह को छोड़कर)

12 माह = 1 वर्ष

365 दिन = 1 वर्ष

फरवरी माह 28 दिनों का होता है। हर चौथे वर्ष में माह फरवरी 29 दिनों का होता है। जिस वर्ष माह फरवरी 29 दिनों का होता है, उसे लीप वर्ष कहते हैं।लीप वर्ष में 366 दिन होते है।

समय का जोड़ना :

समय को जोड़ने के लिए घंटों को घंटों के साथ मिनट को मिनट में और सेकण्ड को सेकण्ड में जोड़ते हैं।

उदाहरण 4 : कुल समय ज्ञात कीजिए :

(अ) 2 घंटे 20 मिनट और 1 घंटा 30 मिनट

(ब) 3 घंटे 20 मिनट 30 सेकेण्ड और 2 घंटे 15 मिनट 25 सेकेण्ड

हल : (अ)

2 घंटे 20 मिनट	
+ 1 घंटे 30 मिनट	
3 घंटे 50 मिनट	उत्तर

(ब)

3 घंटे 20 मिनट 30 सेकेण्ड	
+ 2 घंटे 15 मिनट 25 सेकेण्ड	
5 घंटे 35 मिनट 55 सेकेण्ड	उत्तर

जोड़ने की क्रिया में मिनट का योग 60 से अधिक आता है, तो पहले उसे घंटे और मिनट में बदल लेते हैं, फिर घंटे के मान को घंटे में रखकर जोड़ते हैं और शेष मिनट का मिनट के स्थान पर रख देते हैं। इसी प्रकार सेकेण्ड का योग भी यदि 60 से अधिक आता है, तो उसे पहले मिनट और सेकेण्ड में बदलकर मिनट के साथ मिनट को जोड़ते हैं एवं शेष सेकेण्ड को सेकेण्ड के स्थान पर रख देते हैं। आइए इसे निम्नलिखित उदाहरणों से समझते हैं।

उदाहरण 5 : कुल समय ज्ञात कीजिए

(i) 3 घंटे 40 मिनट और 2 घंटे 50 मिनट

(ii) 5 घंटे 30 मिनट 40 सेकेण्ड और 3 घंटे 40 मिनट 50 सेकेण्ड

हल : (i) 3 घंटे 40 मिनट और 2 घंटे 50 मिनट

  3 घंटे 40 मिनट
+ 2 घंटे 50 मिनट
  5 घंटे 90 मिनट

5 घंटे 90 मिनट = 5 घंटे + 90 मिनट

= 5 घंटे + 60 मिनट + 30 मिनट (60 मिनट =1 घंटा)

= 5 घंटे + 1 घंटा + 30 मिनट

= 6 घंटे + 30 मिनट

या = 6 घंटे 30 मिनट   उत्तर

उपर्युक्त प्रश्न का हल अन्य प्रकार से भी कर सकते हैं

अन्य विधि (i)

  3 घंटे 40 मिनट
+ 2 घंटे 50 मिनट
  6 घंटे 30 मिनट

मिनट का योग 60 से अधिक हैं तो मिनट को पहले घंटे और मिनट में बदलकर घंटे के मान को घंटे के साथ लिखकर जोड़ते हैं और शेष बचे मिनट का मान योग में लिख देते हैं।

(ii) 5 घंटे 30 मिनट 40 सेकेण्ड
+ 3 घंटे 40 मिनट 50 सेकेण्ड
  9 घंटे 11 मिनट 30 सेकेण्ड

40 सेकण्ड + 50 सेकण्ड = 90 सेकण्ड

90 सेकण्ड = 60 सेकण्ड + 30 सेकण्ड

= 1 मिनट 30 सेकण्ड

30 मिनट + 40 मिनट + 1 मिनट

= 71 मिनट

71 मिनट = 60 मिनट + 11 मिनट

= 1 घंटे 11 मिनट

अन्य विधि

  5 घंटे 30 मिनट 40 सेकेण्ड
+ 3 घंटे 40 मिनट 50 सेकेण्ड
  8 घंटे 70 मिनट 90 सेकेण्ड

8 घंटे 70 मिनट 90 सेकेण्ड

= 8 घंटे + (60 मिनट+10 मिनट) + (60 सेकेण्ड + 30 सेकेण्ड)

= 8 घंटे + 1 घंटे + 10 मिनट + 1 मिनट + 30 सेकेण्ड

= 9 घंटे + 11 मिनट + 30 सेकेण्ड

= 9 घंटे 11 मिनट 30 सेकेण्ड,   उत्तर

उदाहरण 6 जोड़िए 3 वर्ष 8 माह और 2 वर्ष 7 माह

हल : (i)

3 वर्ष 8 माह	
+2 वर्ष 7 माह	
6 वर्ष 3 माह	उत्तर

$\because$ 8 माह + 7 माह = 15 माह

15 माह = 12 माह + 3 माह (1 वर्ष = 12 माह)

= 1 वर्ष 3 माह

अभ्यास 13.2

कुल समय ज्ञात कीजिए

1. 4 घंटे 40 मिनट और 6 घंटे 10 मिनट।
2. 3 घंटे 30 मिनट और 1 घंटे 20 मिनट।
3. 2 घंटे 50 मिनट और 3 घंटे 40 मिनट।
4. 5 घंटे 30 मिनट और 2 घंटे 50 मिनट।
5. 1 घंटे 20 मिनट 40 सेकण्ड और 2 घंटे 30 मिनट 15 सेकण्ड।
6. 3 घंटे 15 मिनट 18 सेकण्ड और 1 घंटे 19 मिनट 17 सेकण्ड।
7. 1 घंटे 25 मिनट 30 सेकण्ड और 3 घंटे 14 मिनट 40 सेकण्ड।
8. 1 घंटे 30 मिनट 40 सेकण्ड और 4 घंटे 50 मिनट 30 सेकण्ड।
9. 4 वर्ष 7 माह और 3 वर्ष 2 माह।
10. 3 वर्ष 8 माह और 2 वर्ष 7 माह
11. 5 वर्ष 6 माह और 4 वर्ष 9 माह।

समय का अंतर ज्ञात करना

घटाने की क्रिया में यदि घटाई जाने वाली मिनट की संख्या अधिक है तो घंटों की संख्या में से 1 घंटा = 60 मिनट लेकर ऊपर वाली पंक्ति के मिनट की संख्या में जोड़कर प्राप्त मिनट की संख्या में से घटाते हैं।

उदाहरण 7. अन्तर ज्ञात कीजिए

5 घंटे 30 मिनट और 2 घंटे 40 मिनट

हल :

	5 घंटे 30 मिनट
−	2 घंटे 40 मिनट
	2 घंटे 50 मिनट उत्तर

> 1 घंटे = 60 मिनट
> 30 मिनट + 60 मिनट = 90 मिनट
> 90 मिनट - 40 मिनट = 50 मिनट

उदाहरण 8. अंतर ज्ञात कीजिए

(अ) 5 वर्ष 8 माह और 3 वर्ष 4 माह

(ब) 7 वर्ष 7 माह और 4 वर्ष 9 माह

हल :

(अ)

	5 वर्ष 8 माह
−	3 वर्ष 4 माह
	2 वर्ष 4 माह उत्तर

(ब)

	7 वर्ष 7 माह
−	4 वर्ष 9 माह
	2 वर्ष 10 माह उत्तर

> घटाने की क्रिया में यदि घटाई जाने वाली माहों की संख्या ज्यादा हैं, तो वर्षों की संख्या में से एक वर्ष (=12 माह) लेते हैं और ऊपर माह वाली संख्या में जोड़-कर प्राप्त संख्या में से घटाते हैं।
> 12 माह + 7 माह = 19 माह
> 19 माह - 9 माह = 10 माह
> इस प्राप्त संख्या को अंतर में लिखते हैं।

अभ्यास 13.3

कम कीजिए

1. 7 घंटे 30 मिनट में से 5 घंटे 10 मिनट।
2. 4 घंटे 40 मिनट 50 सेकेण्ड में से 3 घंटे 20 मिनट 25 सेकेण्ड।
3. 5 घंटे 30 मिनट में से 2 घंटे 50 मिनट।
4. 6 घंटे 10 मिनट में से 5 घंटे 40 मिनट।
5. 8 घंटे 40 मिनट 25 सेकेण्ड में से 5 घंटे 20 मिनट 40 सेकण्ड।
6. 3 घंटे 28 मिनट 37 सेकेण्ड में से 1 घंटे 15 मिनट 45 सेकेण्ड।
7. 9 घंटे 21 मिनट 30 सेकेण्ड में से 6 घंटे 30 मिनट 40 सेकेण्ड।

8. 6 वर्ष 4 माह में से 3 वर्ष 1 माह।

9. 5 वर्ष 6 माह में से 2 वर्ष 9 माह।

10. 7 वर्ष 5 माह में से 4 वर्ष 11 माह।

किसी कार्य अथवा घटना में लगने वाले समय की गणना (पूर्वाह्न और अपराह्न के बीच)

हमें दैनिक जीवन में किसी कार्य या घटना में लगने वाला समय जानने की आवश्यकता होती है, जबकि इसके प्रारंभ और पूर्ण होने के समय ज्ञात हों। उदाहरण के लिए मुकेश 7:30 पूर्वाह्न अपने घर से स्कूल के लिए चलता है और स्कूल 9:00 पूर्वाह्न पहुंचता है। बताइए उसे स्कूल पहुंचने में कितना समय लगता है? मुकेश के स्कूल पहुंचने के समय को घटाने के द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

मुकेश का घर से स्कूल के लिये चलने का समय = 7:30 पूर्वाह्न

स्कूल पहुंचने का समय = 9.00 पूर्वाह्न

अब इसको घटाना संभव करने हेतु हम 9:00 पूर्वाह्न को 8 घंटा 60 मिनट लिख सकते हैं।

8 घंटे 60 मिनट

– 7 घंटे 30 मिनट

अतः मुकेश को स्कूल पहुंचने में लगा समय = 1 घंटे 30 मिनट

उदाहरण 9 एक बस दिल्ली से 7:00 बजे पूर्वाह्न चली। आगरा तक पहुंचने में 4 घंटे 20 मिनट लगे। यह बस आगरा किस समय पहुँचेगी।

हल : एक बस दिल्ली से चलना प्रारंभ करती हैं 7:00 बजे पूर्वाह्न

आगरा तक पहुँचने में लगा समय + 4:20 घंटे

11:20 बजे

इस प्रकार बस दिल्ली से आगरा 11:20 बजे पूर्वाह्न पहुँचेगी।

उदाहरण 10 एक विद्यालय गर्मियों की छुट्टी के लिए एक मई से बंद हुआ और एक जुलाई को पुनः खुला। बताइए विद्यालय कितने दिनों के लिए बंद रहा।

हल : विद्यालय गर्मियों की छुट्टी के लिए एक मई से बंद हुआ। इसका अर्थ यह हुआ कि विद्यालय 30 अप्रैल तक खुला था। विद्यालय एक जुलाई से पुनः खुला इसका अर्थ यह है कि विद्यालय 30 जून तक बंद रहा। हमें यह ज्ञात करना है कि विद्यालय कुल कितने दिन बंद रहा।

अतः 1 मई से 31 मई तक विद्यालय बंद रहने के दिनों की संख्या = 31 दिन

1 जून से 30 जून तक विद्यालय बंद रहने के दिनों की संख्या = + 30 दिन

61 दिन

अतः गर्मियों की छुट्टी में विद्यालय कुल 61 दिन बंद रहा।

अभ्यास 13.4

1. एक स्कूल 7:30 पूर्वाह्न प्रारंभ होता है और 12:30 अपराह्न बंद होता है। स्कूल खुले रहने की अवधि ज्ञात कीजिए?
2. अशोक आफिस में 9:00 बजे पूर्वाह्न में पहुँचता है। वह आफिस में 8 घंटे कार्य करता है। बताइए आफिस से वह किस समय लौटता हैं?
3. भोपाल से रेवांचल एक्सप्रेस 10:15 अपराह्न चलती है और वह अगले दिन रीवा 8:10 पूर्वाह्न पहुँचती हैं। बताइए वह भोपाल से रीवा पहुँचने में कितने घंटे लेती हैं।
4. शबनम 5 घंटे 10 मिनट स्कूल में तथा 2 घंटे 40 मिनट घर पर पढ़ाई में लगाती हैं। वह अपनी पढ़ाई में कितना समय लगाती हैं।
5. एक रेलगाड़ी जम्मू से कन्याकुमारी तक 72 घंटे में पहुँचती हैं, तो बताइए रेल को जम्मू से कन्याकुमारी पहुंचने में कितने दिन लगे।
6. एक किसान प्रतिदिन 8 घंटे कार्य करता है, तो बताइए एक सप्ताह में कुल कितने घंटे कार्य करेगा।
7. रमेश ने भोपाल में 4 दिन, इंदौर में 5 दिन और आगरा में 19 दिन कार्य किया। बताइए रमेश ने कुल कितने सप्ताह कार्य किया?
8. मोहन ने दो सप्ताह 4 दिन तक कार्य किया। यदि वह प्रतिदिन 4 घंटे कार्य करता है, तो बताइए वह कुल कितने घंटे कार्य करता है?
9. महेश दिनांक 25.9.2006 से विद्यालय से 15 दिनों की छुट्टी लेकर अपने मामा के गाँव गया। बताइए वह छुट्टी समाप्त होने के बाद किस दिनांक को विद्यालय में उपस्थित होगी?

पाठ 14

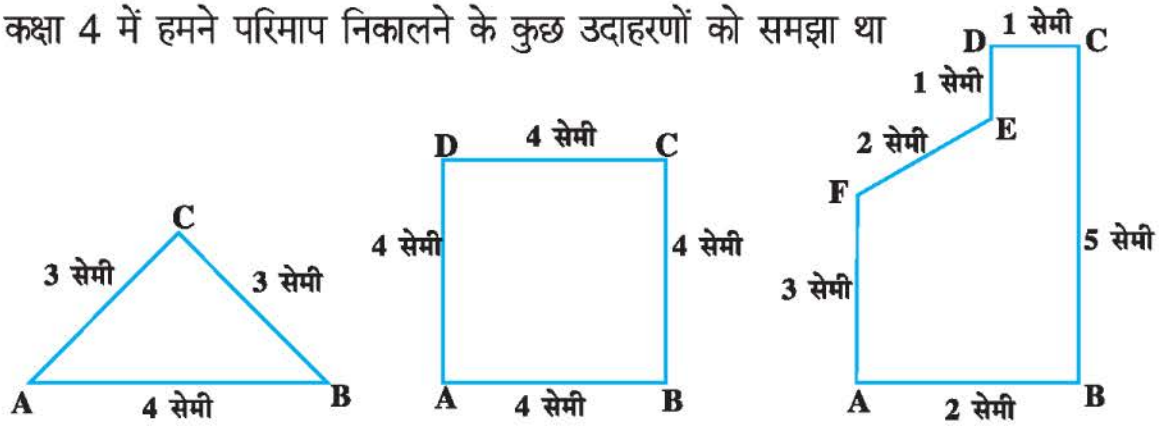
परिमाप एवं क्षेत्रफल

आइए सीखें

- परिमाप एवं क्षेत्रफल को समझना
- परिमाप एवं क्षेत्रफल से संबंधित सरल दैनिक जीवन से जुड़े प्रश्नों को हल करना।
- निकट परिवेश की वस्तुओं जैसे : माचिस, डिब्बी, ईट, स्लेट, कापी, कक्षा का कमरा, खेल का मैदान आदि के क्षेत्रफल का मानक इकाइयों में अनुमान लगाना व पुष्टि करना।

परिमाप

कक्षा 4 में हमने परिमाप निकालने के कुछ उदाहरणों को समझा था



हमें ऊपर की इन आकृतियों की परिमाप निकालना है तो हम इनकी भुजाओं की कुल माप निकाल कर परिमाप निकाल सकते हैं।

पहली आकृति में 3 भुजाएँ हैं, तो आकृति का परिमाप

= भुजा AB की माप + भुजा BC की माप + भुजा AC की माप

= 4 सेमी + 3 सेमी + 3 सेमी = 10 सेमी

अत: पहली आकृति का परिमाप = 10 सेमी है।

दूसरी आकृति की परिमाप = भुजा AB की माप + भुजा BC की माप + भुजा CD की माप + भुजा DA की माप

= 4 सेमी + 4 सेमी + 4 सेमी + 4 सेमी

= 16 सेमी

तीसरी आकृति की परिमाप = भुजा AB की माप + भुजा BC की माप + भुजा CD की माप + भुजा DE की माप + भुजा EF की माप + भुजा FA की माप

= 2 सेमी + 5 सेमी + 1 सेमी + 1 सेमी + 2 सेमी + 3 सेमी

= 14 सेमी

इस तरह हम देखते हैं कि

परिमाप = सभी भुजाओं की लम्बाई की मापों का योग

यदि हमें किसी त्रिभुजाकार आकृति की परिमाप निकालनी है तो हम निम्न प्रकार से निकाल सकते हैं।

त्रिभुज की परिमाप = त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लम्बाई की मापों का योग

आयताकार आकृति की परिमाप

आयताकार आकृति को ध्यान से देखने पर हमें पता चलता है कि इनकी आमने-सामने की भुजाओं की लम्बाई बराबर है।

अत: हम सभी भुजाओं की लम्बाई की माप को अलग-अलग न जोड़कर केवल लम्बाई और चौड़ाई की माप के योग को 2 से गुणा करके भी परिमाप ज्ञात कर सकते हैं।

अर्थात

आयात की परिमाप = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)

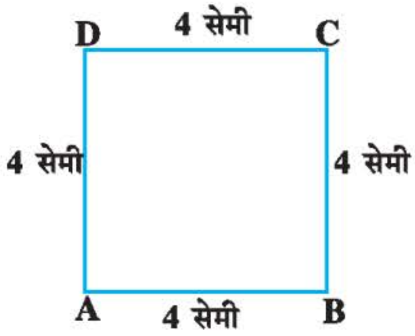
परिमाप = 2 × (4 सेमी + 2 सेमी)

= 2 × 6 सेमी

= 12 सेमी

वर्गाकार आकृति की परिमाप

वर्गाकार आकृति को ध्यान से देखने पर हमें पता चलता है कि इनकी चारों भुजाओं की माप एक बराबर होती है।



इन आकृतियों की परिमाप निकालने के लिए हम एक भुजा की माप को 4 गुना कर देंगे।

वर्ग की परिमाप = 4 × एक भुजा की लम्बाई की माप

चित्र में जो वर्गाकार आकृति है उसका हमें परिमाप निकालना है।

चारों भुजाओं की माप को जोड़ते हैं।

= भुजा AB की माप + भुजा BC की माप + भुजा CD की माप + भुजा DA की माप

= 4 सेमी + 4 सेमी + 4 सेमी + 4 सेमी

= 16 सेमी

या वर्ग की परिमाप = 4 × (एक भुजा की माप)

= 4 × 4 सेमी

= 16 सेमी

परिमाप से संबंधित प्रश्नों को समझना और हल करना।

उदाहरण 1. शीला प्रतिदिन सुबह दौड़ने जाती हैं। वह अपने स्कूल के मैदान का प्रतिदिन 2 चक्कर लगाती है। स्कूल का मैदान आयताकार है। जिसकी लम्बाई 300 मीटर और चौड़ाई 200 मीटर है। बताइए वह प्रतिदिन कितने मीटर दौड़ती है।

हल : शीला मैदान के चारों किनारों पर दौड़ती हुई एक चक्कर पूरा करती है, अब यदि हम मैदान का परिमाप ज्ञात कर लें तो यह शीला द्वारा 1 चक्कर दौड़ने में तय की गई दूरी के बराबर होगा।

चूंकि मैदान आयताकार है, जिसकी लम्बाई 300 मी. एवं चौड़ाई 200 मी है।

आयात की परिमाप = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)

मैदान की परिमाप = 2 × (300 मी. + 200 मी)

= 2 × (500 मीटर)

= 1000 मीटर

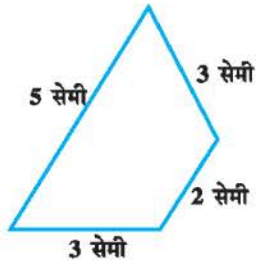
मैदान की परिमाप 1000 मीटर हुई। अतः शीला 1 चक्कर लगाने में 1000 मीटर दूरी तय करती है तो 2 चक्कर लगाने में 2000 मीटर दूरी तय करेगी।

अभ्यास 14.1

1. नीचे दी गई आकृतियों की परिमाप निकालिए

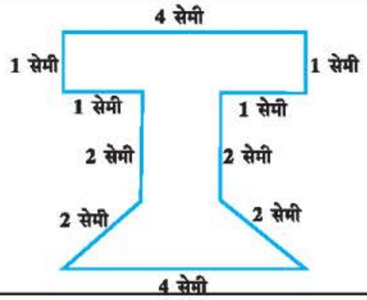
<table>
<tr><td>

(i)



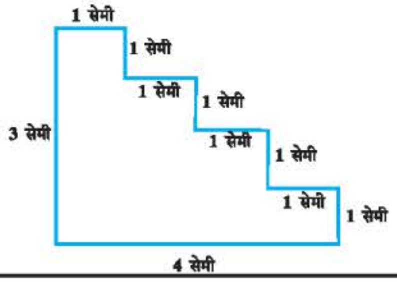
</td><td></td></tr>
<tr><td>

(ii)



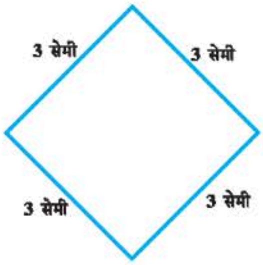
</td><td></td></tr>
<tr><td>

(iii)



</td><td></td></tr>
<tr><td>

(iv)



</td><td></td></tr>
<tr><td>

(v)

</td><td></td></tr>
</table>

2. शानू को 300 मीटर लम्बे और 100 मीटर चौड़े आयताकार मैदान का एक चक्कर लगाने में कितने मीटर चलना पड़ेगा?

3. एक पोस्टकार्ड 14 सेमी लम्बा और 8 सेमी चौड़ा है। इसका परिमाप कितने सेमी होगा?

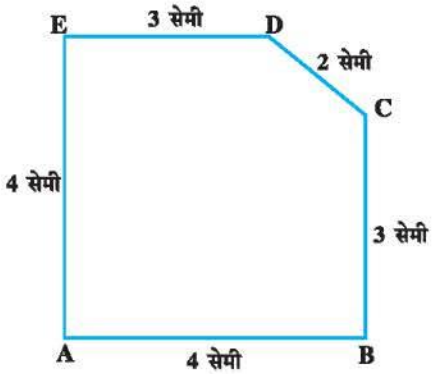
4. एक वर्गाकार आकृति की एक भुजा 25 सेमी है, तो इसका परिमाप कितने सेमी होगा?

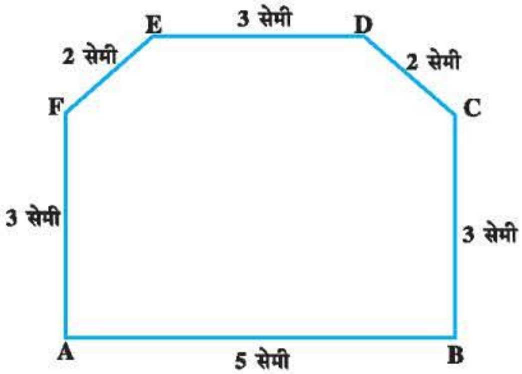
5. एक वर्गाकार खेत की एक मेड़ 80 मीटर है, तो उसके 5 चक्कर लगाने के लिए कितना चलना पड़ेगा?

6. एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 20 सेमी, 25 सेमी और 30 सेमी है। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

7. एक आयताकार खेत 30 मीटर लम्बा और 20 मीटर चौड़ा है। खेत की परिमाप ज्ञात कीजिए।

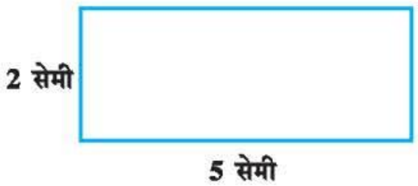
8. इन दो आकृतियों में किसका परिमाप अधिक हैं।

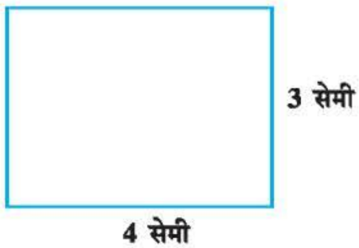




क्षेत्रफल

कागज के दो आयताकार टुकड़े इस प्रकार लें कि एक टुकड़े की लम्बाई 5 सेमी और चौड़ाई 2 सेमी हो। दूसरे टुकड़े की लम्बाई 4 सेमी और चौड़ाई 3 सेमी हो।





पहले हम इन दोनों टुकड़ों की परिमाप निकालते हैं।

पहले टुकड़े की परिमाप $= (2 + 5 + 2 + 5)$ सेमी

$= 14$ सेमी

दूसरे टुकड़े की परिमाप $= (4 + 3 + 4 + 3)$ सेमी

$= 14$ सेमी

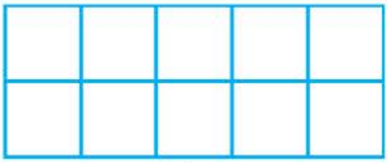
हम देखते हैं कि दोनों टुकड़ों के परिमाप बराबर हैं।

अब हम इन दोनों टुकड़ों के तल को देखें क्या इन तलों के क्षेत्र बराबर हैं।

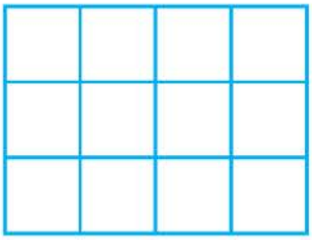
इन्हें हमें माप कर देखना होगा।

दोनों टुकड़ों की लम्बाई में नापते हुए 1-1 सेमी की दूरी पर खड़ी रेखाएँ खींचिए। फिर चौड़ाई में मापते हुए 1 सेमी की दूरी पर आड़ी रेखाएँ खींचिए।

2 सेमी



5 सेमी



3 सेमी

4 सेमी

हम देखते हैं कि पहले टुकड़े में 10 बराबर खाने हैं। जबकि दूसरे में उतने ही बड़े 12 बराबर खाने हैं। अत: दूसरे टुकड़े का क्षेत्र बड़ा है।

इस क्षेत्र को मापने के लिए हमने 1 सेमी लंबे व 1 सेमी चौड़े वर्ग का क्षेत्र लिया था।

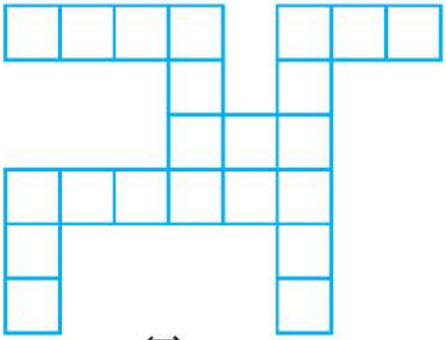
अत: किसी तल के क्षेत्र को इकाई वर्ग क्षेत्र से नापते हैं। यह देखते हैं कि वह इकाई वर्ग क्षेत्र दिए गये क्षेत्र में कितनी बार सम्मिलित हैं।

किसी क्षेत्र की माप ही उस क्षेत्र का क्षेत्रफल है।

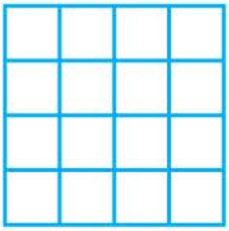
अभ्यास 14.2

1. मेज के तल को आपकी गणित की किताब से मापिए और मेज की सतह का क्षेत्र लिखिए।
2. आपकी स्लेट पर चौकोर गुटके रखकर उसका क्षेत्रफल मापिए।

3. किस चित्र का क्षेत्रफल अधिक हैं?

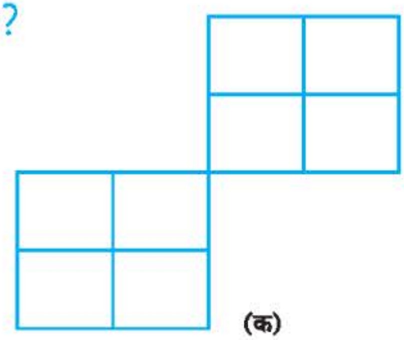


(क)



(ख)

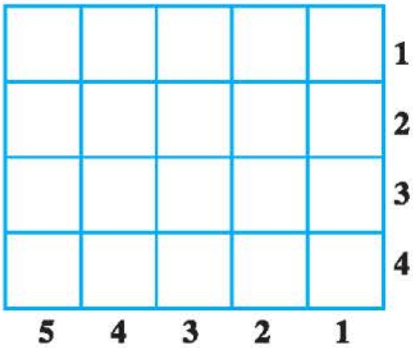
4. नीचे बने चित्रों का क्षेत्रफल वर्ग गिनकर ज्ञात कीजिए और बताइए किस चित्र का क्षेत्रफल कम है?



(क)

(ख)

आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालना



यहाँ एक आयताकार क्षेत्र ABCD है। इसकी लम्बाई AB = 5 सेमी है।

इसकी चौड़ाई BC = 4 से.मी. है।

यदि हम इसके अंदर 1 सेमी लम्बे, 1 सेमी चौड़े वर्ग बनायें तो कुल 20 वर्ग बनेंगे।

यदि हम इसकी लम्बाई की माप एवं चौड़ाई की माप का गुणा करें तो लम्बाई × चौड़ाई

$= 5 \times 4$

$= 20$

अत: किसी आयताकार क्षेत्र में बनने वाले वर्ग की संख्या वही होगी जो उस क्षेत्र की लम्बाई एवं चौड़ाई की माप का गुणा करने पर आयेगी।

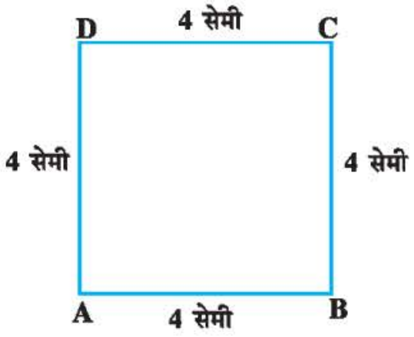
अत: **आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई**

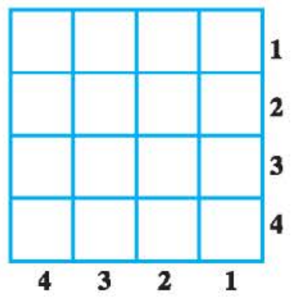
इन इकाइयों का गुणा करने पर इनका मान इकाई वर्ग क्षेत्र की संख्या के बराबर आता है। इसलिए क्षेत्रफल को वर्ग इकाई में मापा जाता है।

वर्ग का क्षेत्रफल

हमने आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल निकाला। वर्गाकार क्षेत्र में लम्बाई के बराबर ही चौड़ाई होती है। अत: वर्गाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालने के लिए हम लम्बाई × लम्बाई या भुजा × भुजा लेते हैं।

वर्गाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा





$4 \times 4 = 16$ .... = 16 वर्ग

क्षेत्रफल = 16 वर्ग सेमी क्षेत्रफल = 16 वर्ग सेमी

क्षेत्रफल से तात्पर्य है किसी क्षेत्र में 1 वर्ग इकाई का क्षेत्र कितने बार सम्मिलित हैं।

किसी क्षेत्र का क्षेत्रफल 16 वर्ग मीटर है। इससे तात्पर्य है उस क्षेत्र में 1 वर्ग मीटर का क्षेत्र 16 बार सम्मिलित है।

अभ्यास 14.3

नीचे दी गई लम्बाई और चौड़ाई के आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

1. लम्बाई 8 मीटर, चौड़ाई 6 मीटर
2. लम्बाई 4 मीटर, चौड़ाई 3 मीटर

3. लम्बाई 20 सेमी, चौड़ाई 15 सेमी

4. लम्बाई 5 सेमी, चौड़ाई 8 सेमी

5. एक खेल का मैदान 100 मीटर लम्बा एवं 80 मीटर चौड़ा है। मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. एक कमरे का फर्श 6 मीटर लम्बा एवं 4 मीटर चौड़ा है। इस फर्श को ढकने के लिए 2 मीटर लम्बी एवं 2 मीटर चौड़ी कितनी चटाइयाँ बिछाई जा सकती है।

7. कौनसा खेल का मैदान बड़ा है एवं कितना?

(क) 120 मीटर लम्बा तथा 52 मीटर चौड़ा

(ख) 112 मीटर लम्बा तथा 63 मीटर चौड़ा

8. एक वर्गाकार खेत की परिमाप 64 मीटर है तो उस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

9. एक वर्गाकार आकृति का क्षेत्रफल निकालिए जिसकी एक भुजा की लम्बाई 5 सेमी है।

10. एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल निकालिए जिसकी एक मेड़ 20 मीटर लम्बी है।

पाठ 15
ज्यामितीय आकृतियाँ

आइए सीखें

- किरण एवं रेखाखण्ड में अंतर करना।
- दो किरणों के बीच बने कोण की समझ।
- स्केल एवं चांदे की सहायता से विभिन्न कोण मापना एवं बनाना।
- समकोण, अधिककोण एवं न्यूनकोण का वर्गीकरण करना।
- परिवेशीय आधार पर समांतर रेखा व लम्बवत रेखा की पहचान।
- तीन रेखाखण्डों से बनी बंद आकृति की त्रिभुज के रूप में समझ।
- त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180^0 है इसका सत्यापन करना।
- स्केल एवं परकार की सहायता से दी गई त्रिज्या का वृत्त बनाना। त्रिज्या एवं व्यास में संबंध।
- सममित आकृतियाँ पहचानना।

पिछली कक्षाओं में हमने ज्यामितीय आकृतियों के विषय में समझा है। हमने परिवेश में उपलब्ध वस्तुओं में कोणों की पहचान भी सीखी है। परकार या पेन की नोक से बनाए गए छोटे से चिह्न को बिन्दु कहते है।

रेखाखण्ड

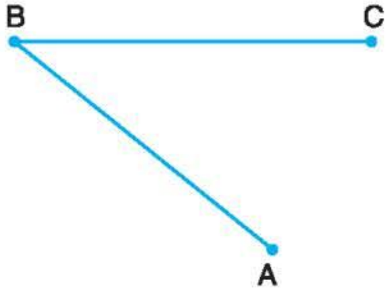
दो बिन्दु A एवं B लेते हैं इन्हें चित्रानुसार मिलाते हैं यह एक सरल रेखा का भाग है। इसे रेखाखण्ड AB कहते हैं।

बिन्दु A और B रेखाखण्ड AB के दो अंत बिन्दु हैं।

इसे रेखाखण्ड BA भी कहते हैं।

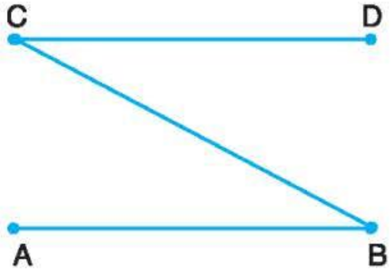
आकृति 15.1

उदाहरण 1. नीचे दिए गए रेखाचित्रों में कितने रेखाखण्ड हैं? इन रेखाखण्डों के नाम भी लिखिए।



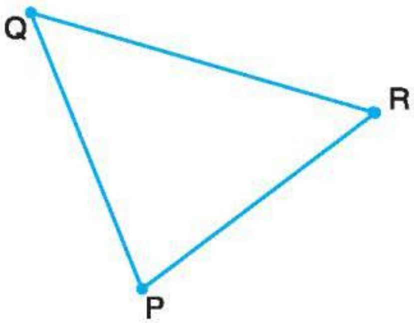
रेखाखण्ड AB
रेखाखण्ड BC

(i)



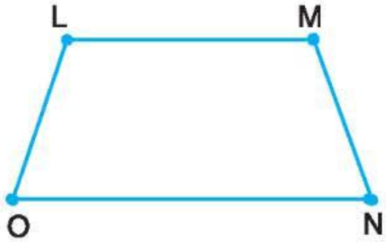
रेखाखण्ड AB
रेखाखण्ड BC
रेखाखण्ड CD

(ii)



रेखाखण्ड PQ
रेखाखण्ड QR
रेखाखण्ड RP

(iii)



रेखाखण्ड LM
रेखाखण्ड MN
रेखाखण्ड NO
रेखाखण्ड OL

(iv)

आकृति 15.2

किरण

जब कोई रेखाखण्ड AB किसी एक दिशा में अपरिमित रूप से विस्तृत होता है तो, उसे किरण कहते हैं। अपरमित विस्तार को चिन्ह् (→) के द्वारा प्रदर्शित करते है।

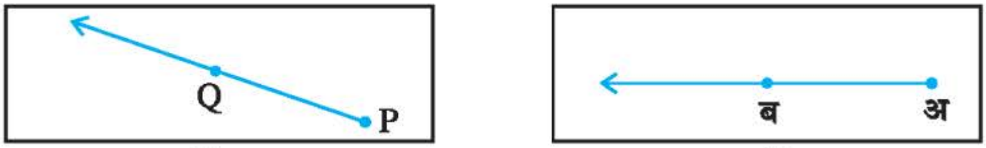
(i) (ii)

आकृति 15.3

आकृति 15.3 (i) में किरण AB और आकृति 15.3 में किरण BA दर्शाई गई है।

> किरण एक निश्चित बिन्दु से आरंभ होती है और अपरिमित रूप से एक दिशा में विस्तृत होती है। यह निश्चित बिन्दु उस किरण का प्रारंभिक बिन्दु या अंत बिन्दु कहलाता है।

उदाहरण 2 नीचे दिए गए रेखाचित्रों में किरण पहचानिए



(i) (ii)

किरण PQ किरण अ, ब

आकृति 15.4

रेखाखण्ड और किरण में अंतर

	रेखाखण्ड	किरण
रेखाचित्र		
लम्बाई	रेखाखण्ड की लम्बाई निश्चित (परिमित) होती है।	किरण की लम्बाई निश्चित नहीं (अपरिमित) होती है।
अंतबिन्दु	रेखाखण्ड के दो अंत बिन्दु होते हैं।	किरण का एक अंत बिन्दु होता है।

रेखा

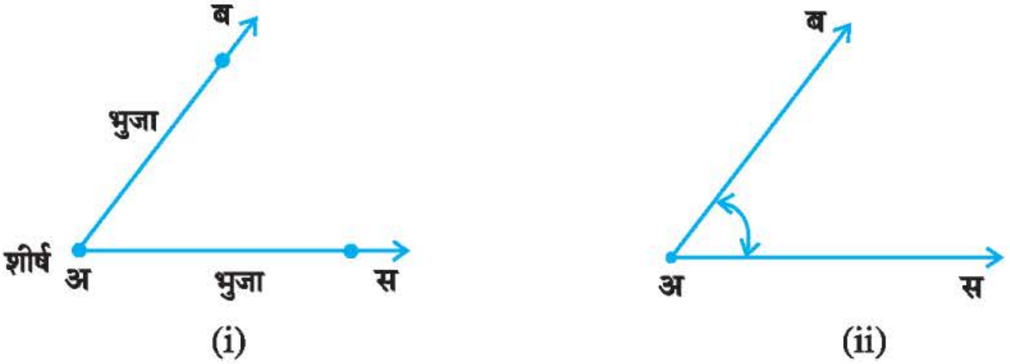
रेखाखण्ड को दोनों ओर अपरिमित रूप से बढ़ाया जाए तो उसे रेखा कहते हैं।

आकृति 15.5

रेखा का कोई अंत बिन्दु नहीं होता है। **A,** और **B** रेखा पर स्थित कोई दो बिन्दु हैं।

कोण

पिछली कक्षा में हमने परिवेश में कोणों के कई उदाहरण देखे हैं। हम जानते हैं कि एक ही प्रारंभिक बिंदु वाली दो किरणें कोण बनाती हैं।



आकृति 15.6

प्रारंभिक बिंदु अ कोण का शीर्ष और दो किरणें अ ब एवं अ स कोण की भुजा कहलाती हैं। कोण की भुजाओं के मध्य में कोण को प्रदर्शित करते हैं। 'कोण' शब्द को व्यक्त करने के लिए '$\angle$' चिह्न का प्रयोग किया जाता है।

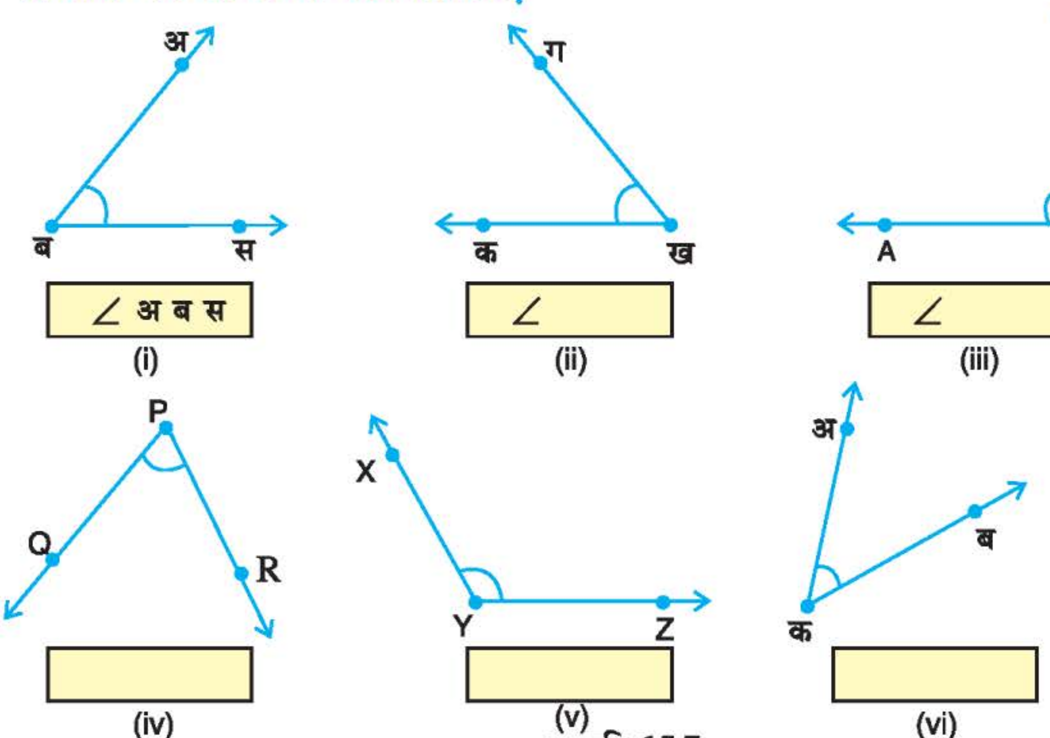
ऊपर बने चित्र में हम कोण स अ ब या $\angle$ स अ ब कहते हैं। इसे ही $\angle$ ब अ स भी कह सकते हैं।

कोण दर्शाते समय कोण के शीर्ष को मध्य में लिखते हैं।

शिक्षण संकेत : धागे की रील की सहायता से रेखा, किरण, रेखाखण्ड, सरल रेखा एवं वक्र रेखा की अवधारणा समझाएँ। परिवेश में रेखाखण्ड एवं किरण के उदाहरण ढूंढ़ने के लिए कहें।

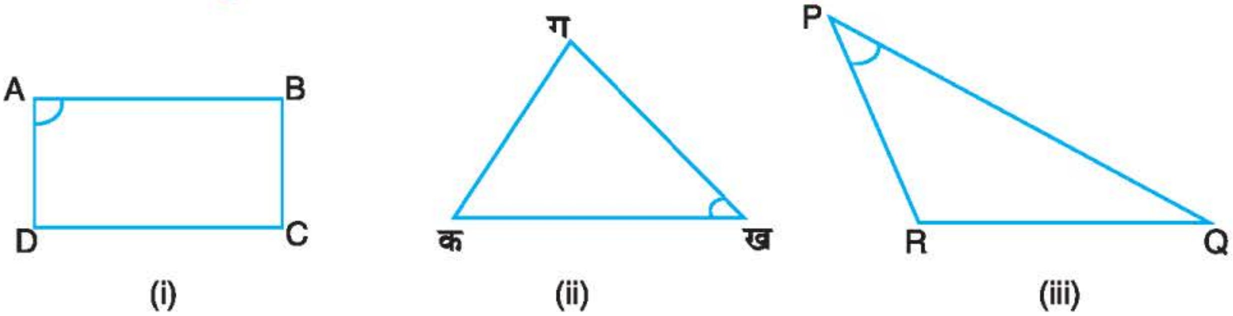
अभ्यास 15.1

1. नीचे बनें कोणों के नाम लिखिए



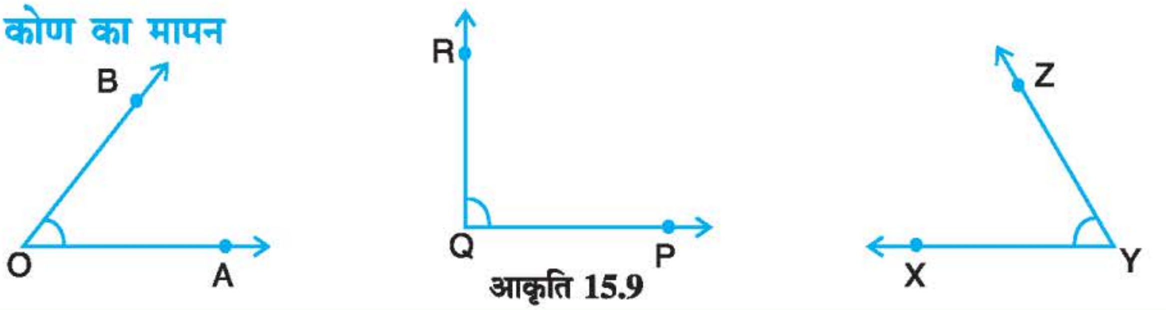
आकृति 15.7

2. नीचे बनी आकृति में दर्शाये गये कोणों के नाम लिखिए



आकृति 15.8

3. कोण का मापन

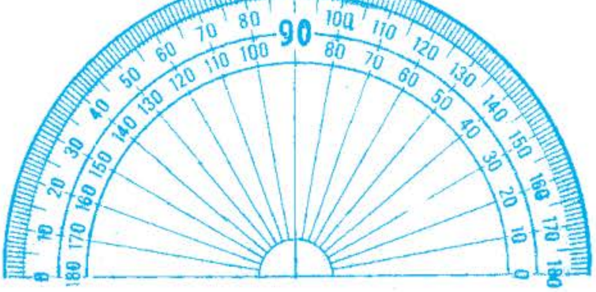


आकृति 15.9

शिक्षण संकेत : ज्यो बोर्ड से कोण समझाएँ।

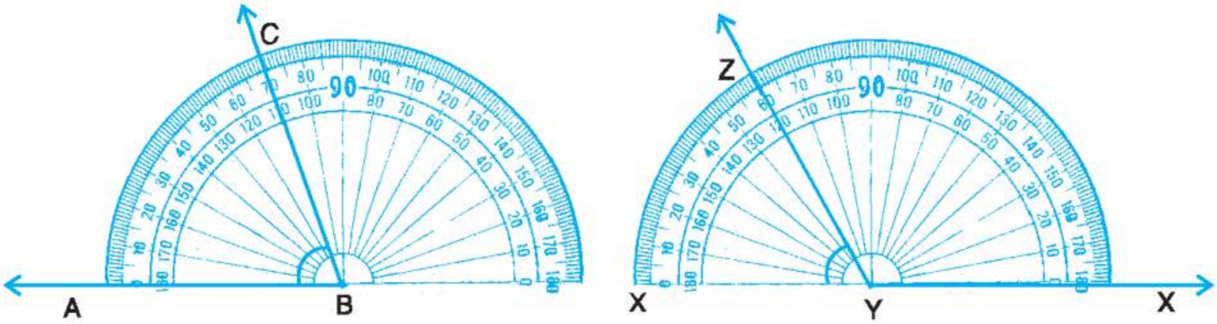
इन आकृतियों को देखकर हम कह सकते हैं कि आकृति (i) में किरणों OA तथा OB के बीच का फैलाव आकृति 15.9 (ii) में किरणों QP तथा QR के बीच के फैलाव से कम है अत: हम कहेंगे कि ∠AOB, ∠PQR से छोटा है परंतु चित्र 15.9(i) एवं चित्र 15.9 (iii) में देखकर बता पाना कठिन है कि कौन सा कोण छोटा है। ऐसी समस्याओं में निष्कर्ष निकालने के लिए कोण के मापन की आवश्यकता होती है।

कोण को मापने के लिए 'चाँदा' का प्रयोग किया जाता है।



चाँदा आधे वृत्ताकार आकृति वाला उपकरण हैं। इसमें '0^0' से लेकर 180^0 तक के कोण के मापने के चिह्न (भाग) बने होते हैं। प्रत्येक भाग को एक अंश कहते हैं। 1 अंश को 1^0 लिखते हैं।

उदाहरण 3. कोणों की माप पढ़िए



$\angle ABC = 70^0$ $\angle XYZ = 120^0$

आकृति 15.10

ध्यान दें : किसी कोण का मापन करते समय सदैव कोण की एक भुजा के ठीक ऊपर चाँदे की आधार रेखा को रखते हैं तथा कोण के शीर्ष के ठीक ऊपर चाँदे की आधार रेखा के मध्य बिंदु को रखते हुए चाँदे में अंश माप लिखा भाग कोण की दूसरी भुजा की ओर रखते हैं।

शिक्षण संकेत : विद्यार्थियों को चाँदा दिखाएँ तथा दाएँ से बाएँ एवं बाएँ से दाएँ चाँदा पढ़ना समझाएँ। चाँदे की सहायता से कोण मापन सिखाएँ। चाँदे की सहायता से कोण बनाना सिखाएँ।

चाँदे से कोण बनाना

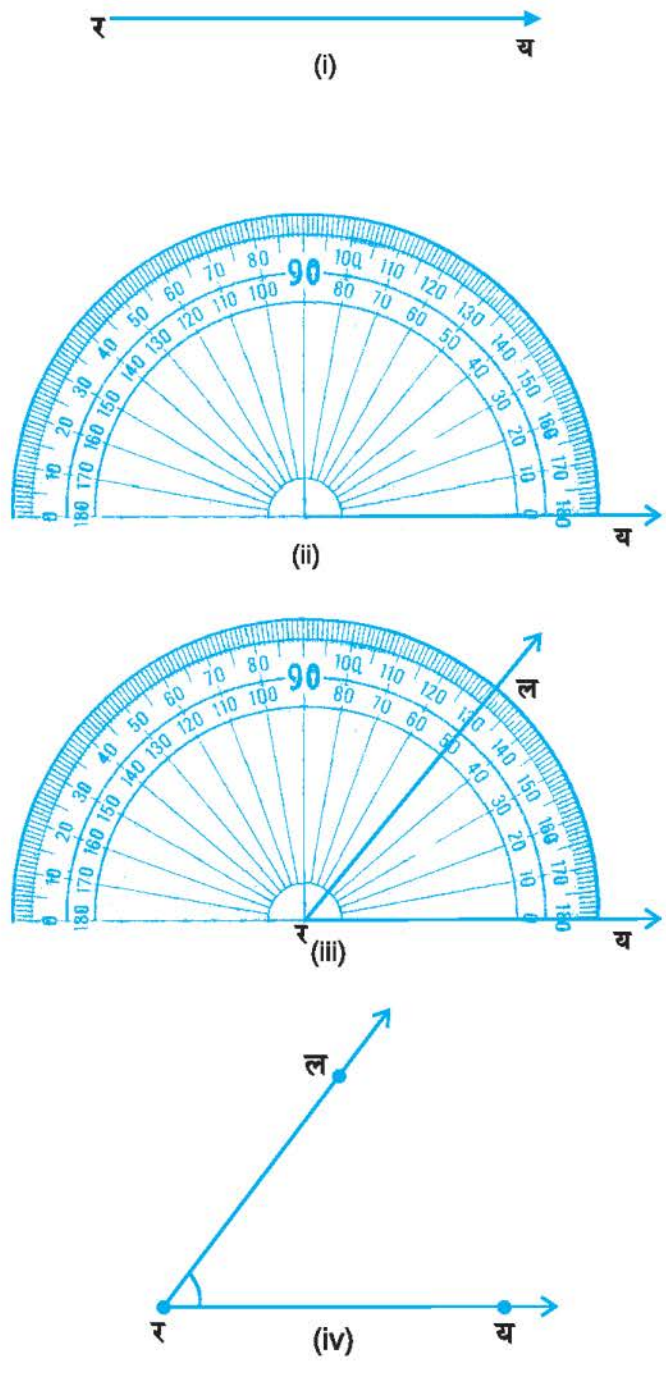
1. किसी बिन्दु पर कोई कोण बनाने के लिये सबसे पहले उस बिन्दु से जाती हुई एक किरण स्केल की सहायता से खींचते हैं।

2. चाँदे की आधार भुजा से किरण को ढंक देते हैं और मध्य बिन्दु को किरण के प्रारंभिक बिन्दु पर रखते हैं।

3. अब देखते हैं कि चाँदे का कौन सा शून्य किरण पर है। उस शून्य से आगे बढ़ते हुये बनाये जाने वाले कोण के चिह्न के ठीक सामने एक बिन्दु बना देते हैं। जैसे 50^0 का कोण बनाने के लिए 50^0 के सामने बिंदु बनाते हैं।

4. चाँदे को हटाकर दोनों बिन्दुओं को मिलाते हुए एक किरण बनाते हैं। दोनों किरणों के बीच अभीष्ट कोण होता है। इसे पढ़ते हैं

$\angle$ य र ल $= 50^0$

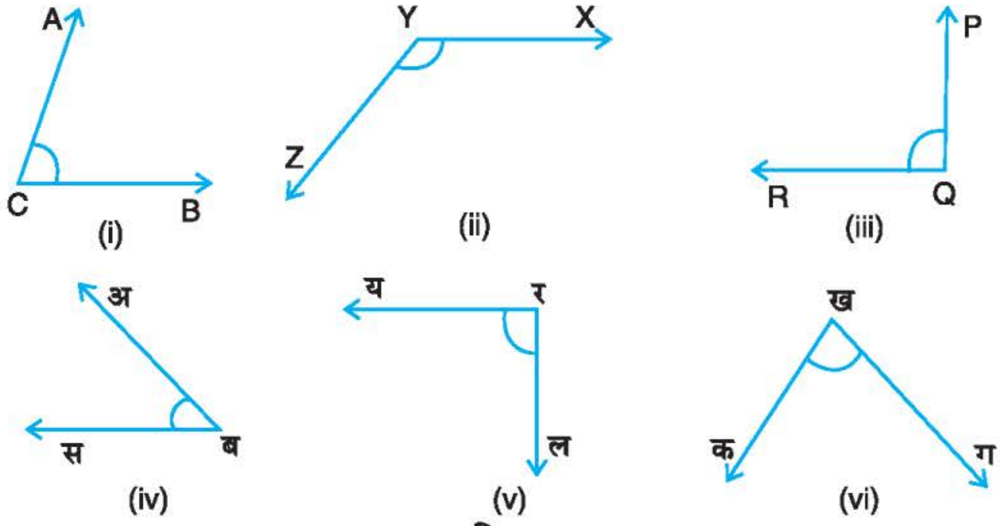


आकृति 15.11

जिस बिन्दु पर कोण बनता है वह बिन्दु कोण का नाम लिखते समय मध्य में लिखा जाता है। इसीलिए $\angle$ य र ल में र को मध्य में लिखा गया है।

अभ्यास 15.2

1. चाँदे की सहायता से कोण मापकर अंश माप लिखिए



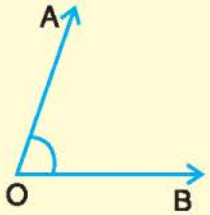
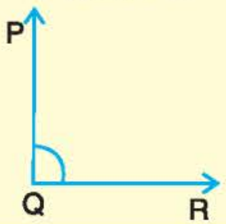
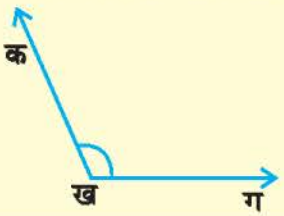
आकृति 15.12

2. चाँदे की सहायता से निम्नलिखित कोणों की रचना कीजिए

(i) 30^0	(ii) 45^0	(iii) 55^0	(iv) 80^0
(v) 90^0	(vi) 110^0	(vii) 180^0	(viii) 15^0
(ix) 155^0	(x) 160^0		

कोणों के प्रकार

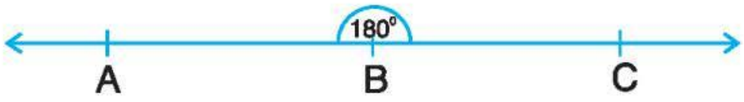
अंशीय माप के आधार पर कोणों का वर्गीकरण न्यूनकोण, समकोण और अधिक कोण में निम्नानुसार किया जाता है।

वह कोण जिसका माप 0^0 और 90^0 के बीच में होता है, **न्यूनकोण** कहलाता है। 	वह कोण जिसका माप 90^0 होता है **समकोण** कहलाता है। 	वह कोण जिसका माप 90^0 से 180^0 के बीच होता है, **अधिककोण** कहलाता है। 
न्यूनकोण $< 90^0$	**समकोण $= 90^0$**	**$90^0 <$ अधिककोण $< 180^0$**

आकृति 15.13

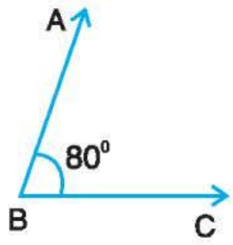
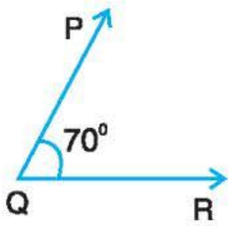
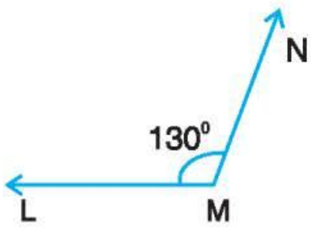
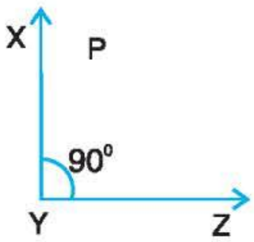
याद रखिए (1) 0^0 माप के कोण को शून्य कोण कहते हैं।

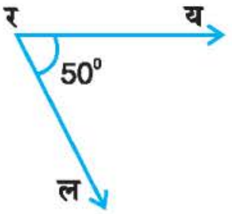
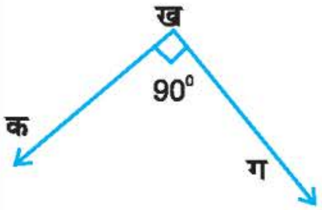
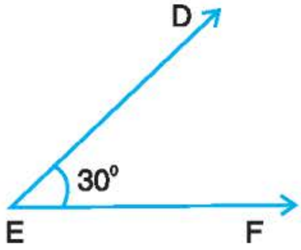
(2) 180^0 माप के कोण को "सरल कोण" अथवा "ऋजु कोण" कहते हैं।



अभ्यास 15.3

1. नीचे बने कोणों को न्यूनकोण, समकोण और अधिक कोण में वर्गीकरण कीजिए।

कोण	अंश माप	कोण का प्रकार
	80^0	न्यूनकोण
		
		
		

कोण	अंश माप	कोण का प्रकार
		
		
		

2. रिक्त स्थान भरिए

(i) 90^0 माप वाले कोण को ...... कहते हैं।

(ii) न्यूनकोण की माप .... अंश से कम होती है।

(iii) अधिककोण की माप .... कोण से अधिक होती है।

(iv) 110^0 माप वाला कोण .... कोण कहलाता है।

(v) सरल कोण .... अंश माप का होता है।

(vi) श्यामपट के दो मिलने वाले किनारों के मध्य .... कोण बनता है।

(vii) .... कोण 90^0 से कम माप का होता है।

3. सही जोड़ी बनाइए

(i)	समकोण	90^0 से कम माप
(ii)	180^0	90^0
(iii)	अधिककोण	सरल कोण
(iv)	न्यूनकोण	90^0 से अधिक माप

4. सही विकल्प चुनिए

(i) 30^0 माप वाला कोण होगा।

(अ) सरल कोण (ब) अधिककोण (स) न्यूनकोण (द) समकोण

(ii) सरल कोण की माप होती है।

(अ) एक समकोण (ब) दो समकोण (स) 0^0 (द) 80^0

(iii) अधिककोण की माप होगी।

(अ) 60^0 (ब) 80^0 (स) 90^0 (द) 91^0

(iv) समकोण की माप होगी।

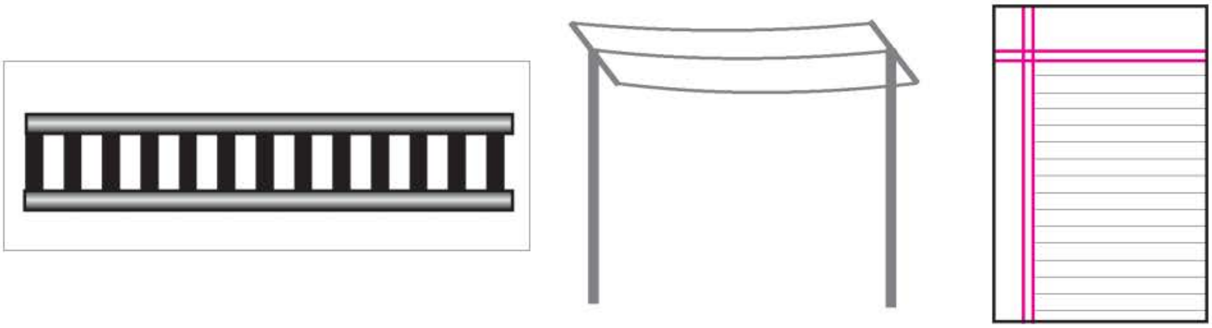
(अ) 100^0 (ब) 90^0 (स) 180^0 (द) 45^0

समांतर रेखाएँ

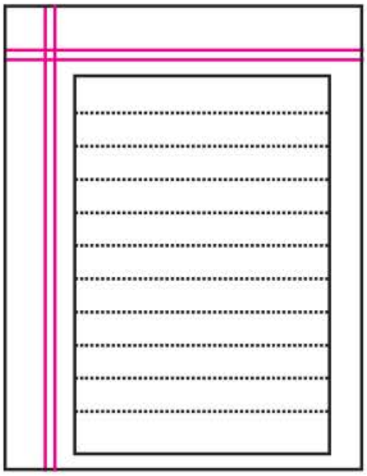
टेबिल के विपरीत किनारे, दरवाजे के आमने-सामने के किनारे, श्यामपट के विपरीत किनारे, स्केल के विपरीत किनारे आदि का अवलोकन कीजिए।

आकृति 15.14

इसी तरह से रेल की पटरी, बिजली के दो खंबों के बीच लगे दो सीधे तार, पुस्तक के दो विपरीत किनारे, कॉपी में बनी लाईने देखिए।



आकृति 15.15



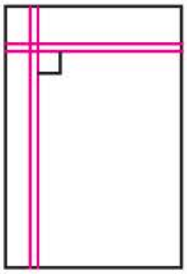
ये सभी समांतर रेखाओं के उदाहरण है। आयताकार कागज को मोड़ने से भी चित्रानुसार समांतर रेखाएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

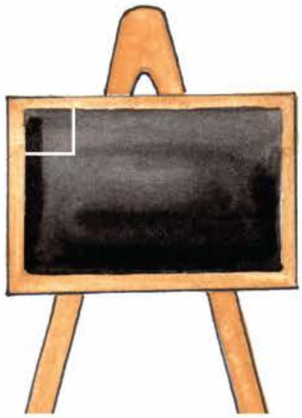
समांतर रेखाएँ एक-दूसरे से नहीं मिलती हैं तथा इनके बीच की दूरी सदैव समान रहती हैं।

आकृति 15.16

लम्ब रेखाएँ

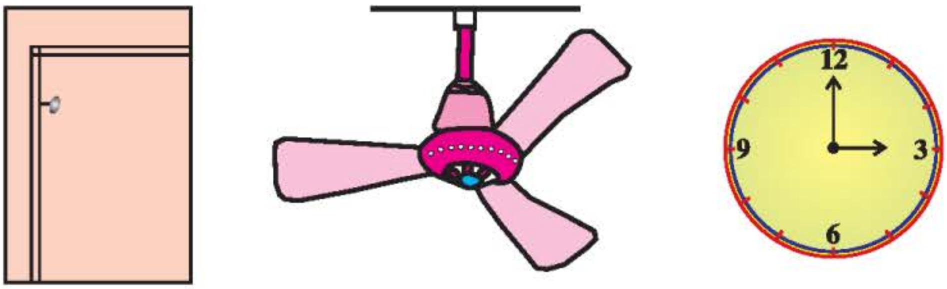
मेज की ऊपरी सतह के मिलने वाले किनारे, कॉपी में हशिया की मिलती लाईनें, दो दीवारों के मिलने वाले किनारे, दीवार पर लगी कील, जमीन में लगा खंबा, छत में लटके पंखे का पाइप, तीन बजे घड़ी के काँटों की स्थिति।





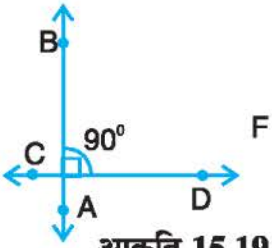
आकृति 15.17

शिक्षण संकेत : परिवेश में समांतर रेखाओं के उदाहरण बताएँ। कक्षा चौथी में सींखी गई परिवेशिय वस्तुओं में कोणों को कागज के समकोण से मापने की विधि का प्रयोग करके लम्ब रेखाओं को समझाएँ।



आकृति 15.18

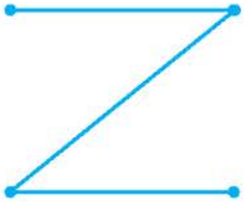
लम्ब रेखाएँ एक-दूसरे से समकोण पर मिलती हैं।



आकृति 15.19

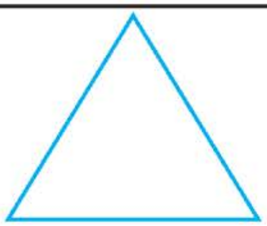
त्रिभुज

पिछली कक्षाओं में आपने सीखा है किसी त्रिभुज में तीन भुजाएँ एवं तीन शीर्ष होते हैं। नीचे बने चित्रों को देखते हैं



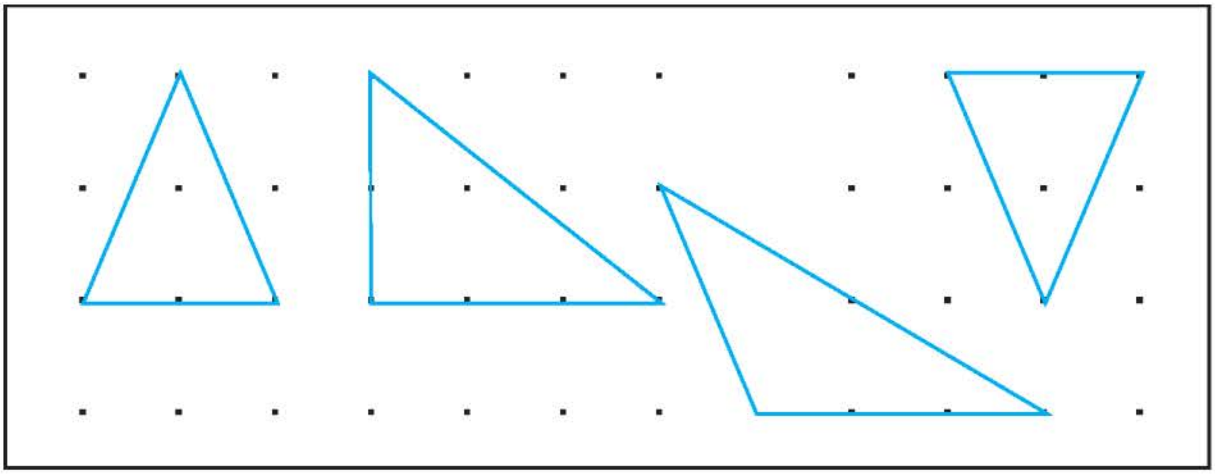
- तीन भुजाएँ हैं।
- आकृति खुली है।

- तीन भुजाएँ हैं।
- आकृति खुली है।



- तीन भुजाएँ हैं।
- आकृति बंद है।

तीन भुजाओं से घिरी आकृति को त्रिभुज कहते हैं।

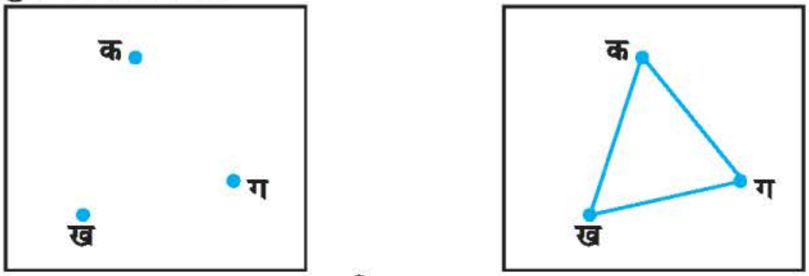


आकृति 15.20

त्रिभुज बनाने के लिए कोई तीन ऐसे बिंदु लेते हैं जो सीधी (सरल) रेखा में न हों तथा उन बिंदुओं को स्केल की सहायता से मिला देते हैं।

> तीन भुजाओं से बनी बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं।

कॉपी में तीन बिंदु क ख ग इस प्रकार लेते हैं कि वे एक ही सीधी रेखा में न हो। इन बिंदुओं को चित्रानुसार मिलाते हैं।

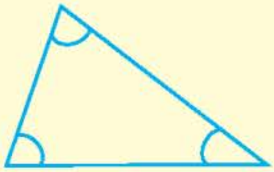


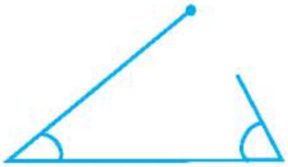
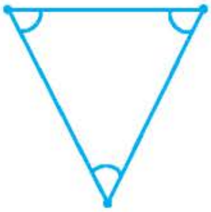
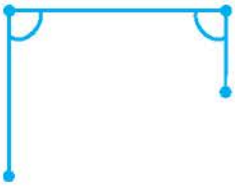
आकृति 15.21

इन बिंदुओं को मिलाने से तीन रेखाखण्ड क ख, ख ग और ग क मिलते हैं। यह आकृति तीन रेखाखण्डों (भुजाओं) से बनी बंद आकृति है अत: यह त्रिभुज है। इसे त्रिभुज क ख ग कहते हैं तथा Δ क ख ग लिखते हैं।

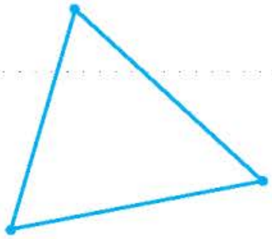
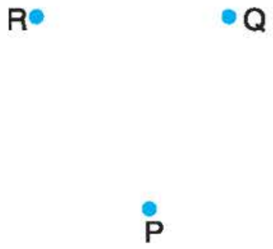
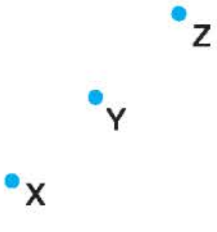
अभ्यास 15.4

1. नीचे दी गई आकृतियों में भुजाओं, शीर्षों एवं कोणों की संख्या लिखिए

आकृति	भुजाएँ	शीर्ष	कोण
(i) 	3	3	3

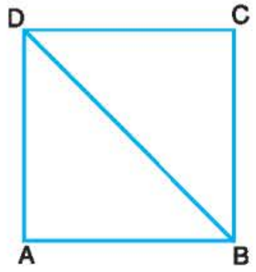
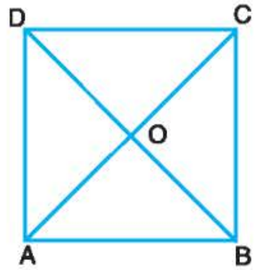
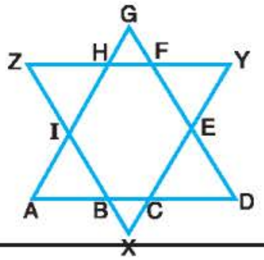
(ii) 			
(iii) 			
(iv) 			

2. दिए गए बिंदुओं को मिलाकर बताइए बनने वाली आकृति त्रिभुज है अथवा नहीं है

	त्रिभुज है		
			

आकृति 15.22

3. त्रिभुजों की संख्या बताकर उनके नाम लिखिए

(i) 	त्रिभुजों की संख्या 2 ΔABD तथा ΔBCD
(ii) 	
(iii) 	

आकृति 15.23

4. परिवेश में उपलब्ध लम्ब रेखा एवं समांतर रेखा के तीन-तीन उदाहरण बताइए।

त्रिभुजों का वर्गीकरण

हम त्रिभुजों का वर्गीकरण दो प्रकार से करते हैं : एक भुजाओं के आधार पर और दूसरा कोणों के आधार पर।

(क) भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों का वर्गीकरण

आओ इन त्रिभुजों की भुजाओं को मापें

आकृति 15.24

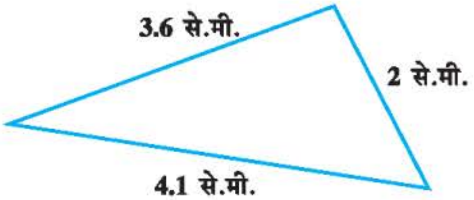
शिक्षण संकेत : ज्योबोर्ड पर कई त्रिभुज बनवाएँ तथा उनके भुजाएँ, शीर्ष कोणों का नामांकन कराएँ एवं भुजाओं, कोणों की संख्या लिखवाएँ। तीलियों से भी त्रिभुज बनवाकर भुजाएँ गिनवाएँ।

भुजाओं को मापने पर ज्ञात होता है

आकृति 15.25

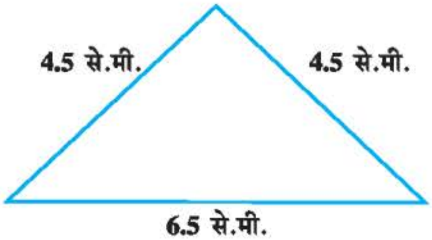
सभी भुजाएँ भिन्न लम्बाई की हैं।	दो भुजाएँ समान लम्बाई की हैं।	सभी तीनों भुजाएँ समान लम्बाई की हैं।

1. यदि किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ भिन्न-भिन्न लम्बाई की हैं, तो वह त्रिभुज **विषमबाहु** त्रिभुज कहलाता है।



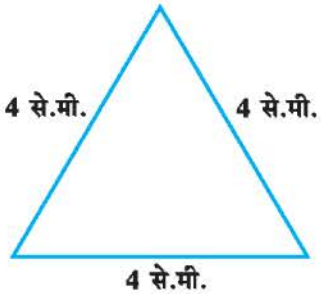
आकृति 15.26

2. यदि किसी त्रिभुज की कम से कम दो भुजाएँ एक ही लम्बाई की हैं तो वह त्रिभुज **समद्विबाहु** त्रिभुज कहलाता है।



आकृति 15.27

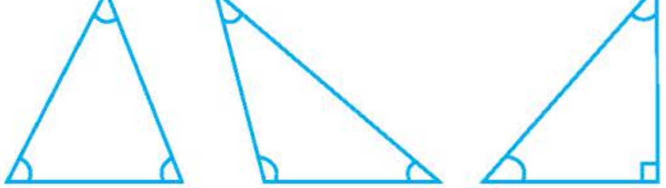
3. यदि किसी त्रिभुज की सभी तीन भुजाएँ एक ही लम्बाई की हैं, तो वह त्रिभुज **समबाहु** त्रिभुज कहलाता है।



आकृति 15.28

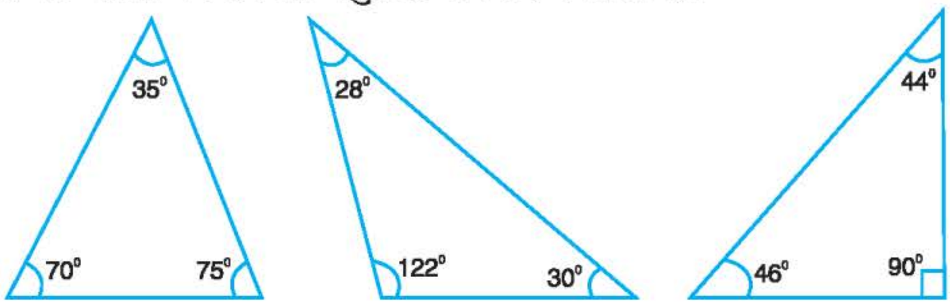
(ख) कोणों के अनुसार त्रिभुजों का वर्गीकरण

आओ नीचे बने त्रिभुजों के कोणों को मापें



आकृति 15.29

कोणों को मापने पर हमें निम्नानुसार जानकारी मिलती हैं।



सभी न्यूनकोण   एक अधिककोण   एक समकोण

आकृति 15.30

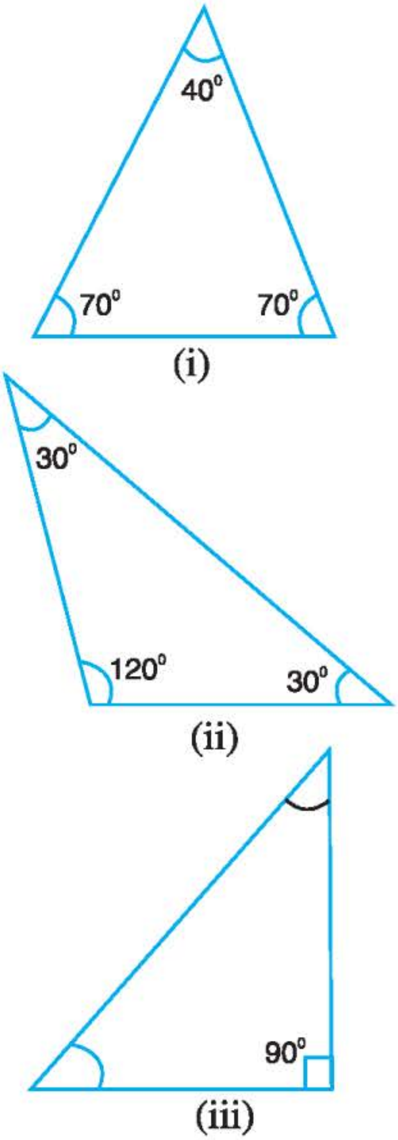
1. न्यूनकोण त्रिभुज यह एक न्यूनकोण त्रिभुज है। इसके सभी कोण न्यूनकोण अर्थात 90^0 से कम है। यदि किसी त्रिभुज के सभी कोण 90^0 से कम होते हैं उस त्रिभुज को न्यूनकोण त्रिभुज कहते हैं।

2. अधिककोण त्रिभुज यह एक अधिककोण त्रिभुज है। इसका एक कोण 90^0 से बड़ा है। अर्थात अधिक कोण है।

यदि किसी त्रिभुज का एक कोण 90 से अधिक होता है तो उस त्रिभुज को अधिक कोण त्रिभुज कहते हैं।

3. समकोण त्रिभुज यह एक समकोण त्रिभुज है। क्योंकि इसका एक कोण 90^0 के बराबर है।

यदि किसी त्रिभुज का एक कोण 90^0 का होता है तो उस त्रिभुज को समकोण त्रिभुज कहते हैं।



आकृति 15.31

अभ्यास 15.5

1. सही कथन पर (✓) का चिह्न लगाइए।

(i) त्रिभुज में तीन कोण होते हैं।

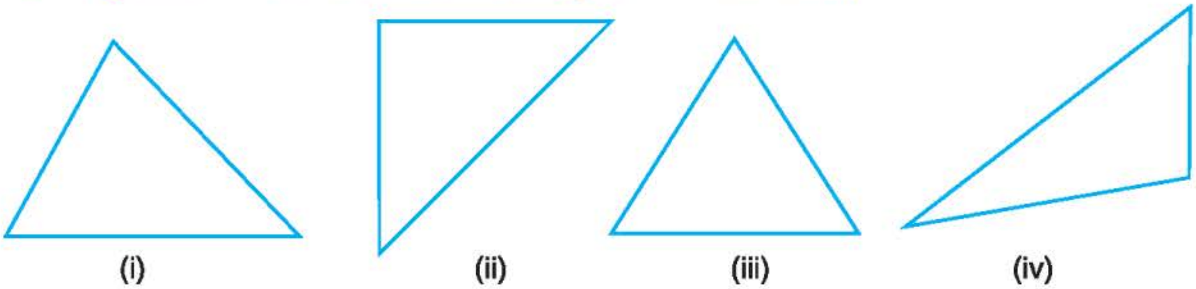
(ii) त्रिभुज में तीन भुजाएँ होती हैं।

(iii) विषमबाहु त्रिभुज में तीनों भुजाएँ भिन्न-भिन्न लम्बाई की होती हैं।

(iv) समद्विबाहु त्रिभुज की कोई भी दो भुजाएँ एक ही लम्बाई की होती हैं।

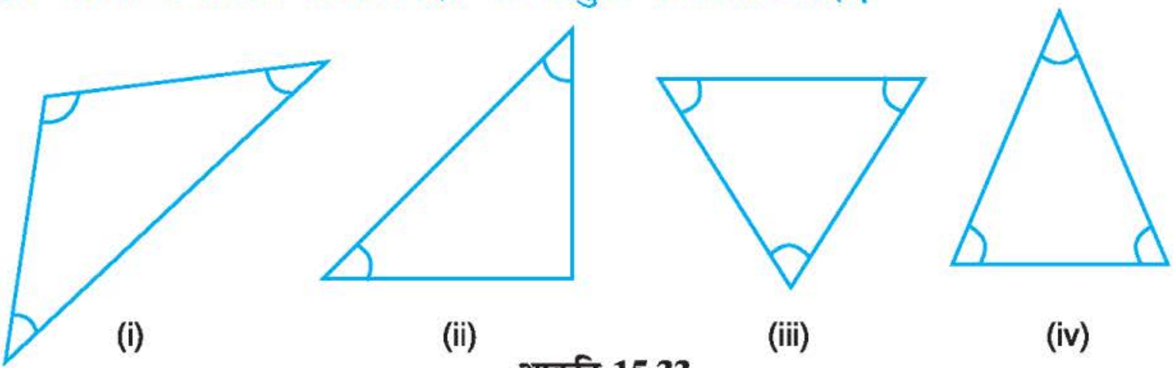
(v) समबाहु त्रिभुज की सभी तीन भुजाएँ एक ही लम्बाई की होती हैं।

2. भुजाओं के आधार पर नीचे दिये त्रिभुजों के प्रकार बताइए



आकृति 15.32

3. कोणों के आधार पर नीचे दिये गये त्रिभुजों के प्रकार बताइए



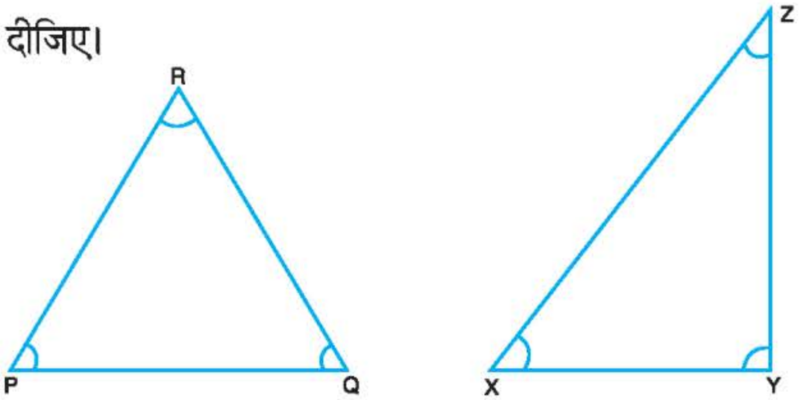
आकृति 15.33

त्रिभुज के अंत:कोणों का योग

गतिविधि 1 : कुछ त्रिभुज बनाइए। प्रत्येक के तीनों कोणों को चाँदे की सहायता से मापिए। तीनों कोणों का योग कीजिए। योगफल को देखिए।

गतिविधि 2 : कंपास बाक्स से दो त्रिभुजाकार आकृति वाले उपकरण (सेट-स्कवेयर) निकालकर उनके बाहरी किनारों की सहायता से दो त्रिभुज बनाइए इन्हें चित्रानुसार ΔPQR तथा

ΔXYZ नाम दीजिए।



आकृति 15.34

चाँदा की सहायता से ΔPQR के $\angle RPQ$, $\angle PQR$, $\angle QRP$

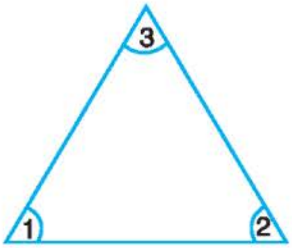
तथा ΔXYZ के $\angle ZXY$, $\angle XYZ$ और $\angle YZX$ नापिए।

अब लिखिए	$\angle RPQ =$ ☐	$\angle ZXY =$ ☐
	$\angle PQR =$ ☐	$\angle XYZ =$ ☐
	$\angle QRP =$ ☐	$\angle YZX =$ ☐
	तीनों का योग = ☐	तीनों का योग = ☐

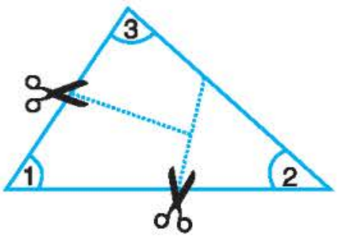
प्रत्येक स्थिति में तीनों कोणों का योगफल 180^0 आता है।

गतिविधि 3 :

- चित्रानुसार एक त्रिभुजाकार कागज काटिए। इसके कोणों को $\angle 1$, $\angle 2$ तथा $\angle 3$ नाम दीजिए।

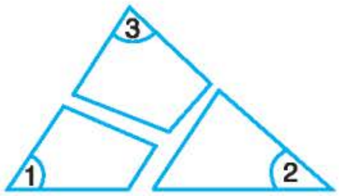


(I)



(II)

- त्रिभुज के तीनों कोणों को चित्र (II) के अनुसार काटिए।



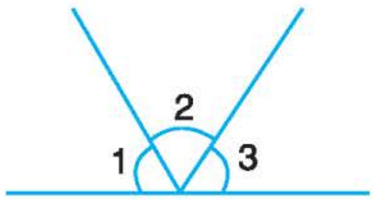
(III)

- कटे कोणों की आकृतियाँ चित्र (III) के अनुसार होंगी।

- तीनों कटे हुए कोण एक-दूसरे के पास इस प्रकार रखिए कि $\angle 1$, $\angle 2$ से सटा हुआ हो और $\angle 2$, $\angle 3$ से सटा हो। चित्र (IV) $\angle 1$ और $\angle 3$ की बाह्य भुजाएँ एक ही सरल रेखा में हैं।

  हम देख सकते हैं कि तीनों कोणों का योगफल सरल रेखा (180^0) बनाता है।

  अत: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^0$



(IV)

त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180^0 होता है।

अभ्यास 15.6

1. निम्नलिखित में से कौन-कौन से एक ही त्रिभुज के कोण हैं?

   (i) $20^0, 90^0, 70^0$ (ii) $120^0, 15^0, 75^0$ (iii) $30^0, 60^0, 90^0$

   (iv) $110^0, 60^0, 20^0$ (v) $45^0, 80^0, 75^0$ (vi) $60^0, 60^0, 60^0$

2. त्रिभुज के दो कोण निम्नलिखित हैं तीसरा कोण ज्ञात कीजिए?

   (i) $50^0, 50^0$ (ii) $110^0, 40^0$ (iii) $60^0, 60^0$

   (iv) $75^0, 45^0$ (v) $80^0, 40^0$ (vi) $45^0, 80^0$

3. त्रिभुज बनने के लिए उचित कोण की जोड़ी बनाइए?

	A	**B**
(i)	$60^0, 60^0$	90^0
(ii)	$45^0, 30^0$	70^0
(iii)	$30^0, 60^0$	60^0
(iv)	$90^0, 20^0$	105^0

4. रिक्त स्थान भरिए

(i) किसी त्रिभुज में ...... भुजाएँ होती हैं।

(ii) त्रिभुज में .... कोण होते हैं।

(iii) त्रिभुज के तीनों अंत:कोणों का योग .... होता है।

(iv) किसी त्रिभुज के दो कोण 60^0, 60^0 के हों तो तीसरा कोण ..... अंश होगा।

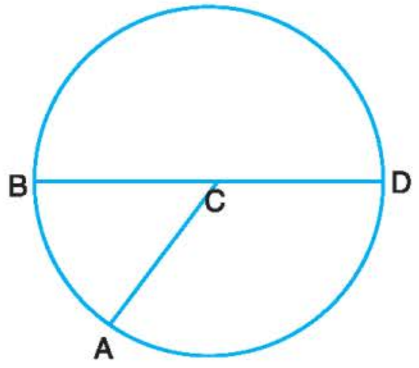
वृत्त

कक्षा चौथी में आपने वृत्त बनाना सीखा था। आपने चूड़ी, सिक्का, कील और तार तथा परकार की सहायता से वृत्त बनाया है। परकार द्वारा वृत्त बनाते समय आपने कुछ परिभाषाएँ भी सीखी थी इनकी पुनरावृत्ति करते हैं

(क) केन्द्र : वृत्त के अंदर एक निश्चित बिंदु वृत्त के प्रत्येक बिंदु से बराबर दूरी पर होता है, इस बिंदु को वृत्त का केन्द्र कहते हैं।

वृत्त बनाने के लिए जिस बिंदु पर परकार की नोक रखी जाती है वह बिंदु वृत्त का केन्द्र होता है। चित्र में C वृत्त का केन्द्र है।

(ख) त्रिज्या : वृत्त पर स्थित किसी बिंदु की केन्द्र से दूरी वृत्त की त्रिज्या कहलाती है। चित्र में C से A की दूरी त्रिज्या है।



आकृति 15.35

(ग) व्यास : वृत्त के केंद्र से जाने वाला एक रेखाखण्ड जिसके अंतबिंदु वृत्त पर स्थित हों, वृत्त का व्यास कहलाता है। चित्र में BD वृत्त का व्यास है। व्यास वृत्त को दो समान भागों में बाँटता है।

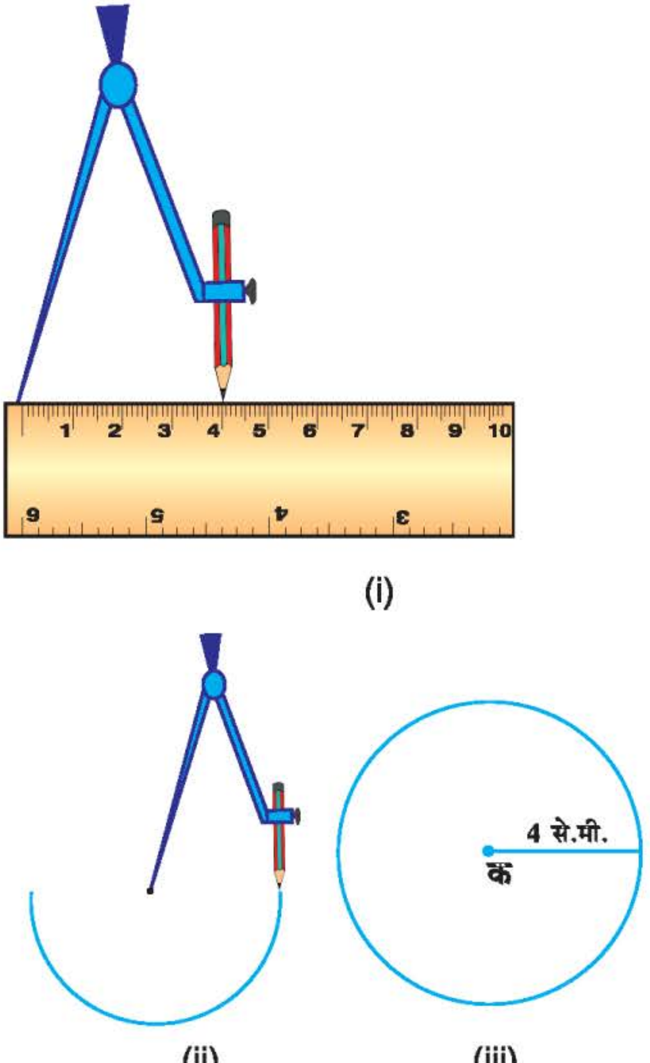
(घ) परिधि : वृत्त पर एक चक्कर पूरा करने पर चली गई दूरी को वृत्त की परिधि कहते हैं।

शिक्षण संकेत : वृत्त की परिधि पर धागा रखवाएँ तथा स्केल से धागे को नापकर परिधि की लम्बाई बताएँ। वृत्त एवं वृत्ताकार आकृति में अंतर स्पष्ट करवाएँ।

दी हुई त्रिज्या का वृत्त खींचना

अब हम किसी दी गई त्रिज्या का वृत्त खींचना सीखेंगे। मान लीजिए दी गई त्रिज्या 4 सेमी है। इस त्रिज्या का वृत्त खींचने के लिए निम्न चरणों को पूरा कीजिए-

- परकार को इस प्रकार खोलिए कि सुई जैसा नुकीला सिरा और पेंसिल की नोंक एक-दूसरे से 4 से.मी. दूर हो।
- कागज पर कोई सुविधाजनक बिन्दु 'क' चुनिये।
- सुई जैसे नोंक के सिरे को बिन्दु 'क' पर रखिये और परकार को ऊपर से पकड़कर, पेंसिल की नोंक को घुमाइए। हमें वांछित वृत्त प्राप्त होता है।



आकृति 15.36

अभ्यास 15.7

परकार एवं स्केल की सहायता से दी गई त्रिज्याओं का वृत्त बनाइए

(i) 4 सेमी (ii) 3 सेमी (iii) 5 सेमी

(iv) 3 सेमी 5 मि.मी. (v) 4 सेमी 5 मि.मी. (vi) 5 सेमी 5 मिमी.

(vii) 6 सेमी (viii) 2 सेमी 5 मि.मी. (ix) 3.5 से.मी.

(x) 2.5 से.मी.

वृत्त की त्रिज्या और व्यास में संबंध

1. कागज पर एक वृत्त खींचकर उसे उसकी परिधि से काटते हैं।

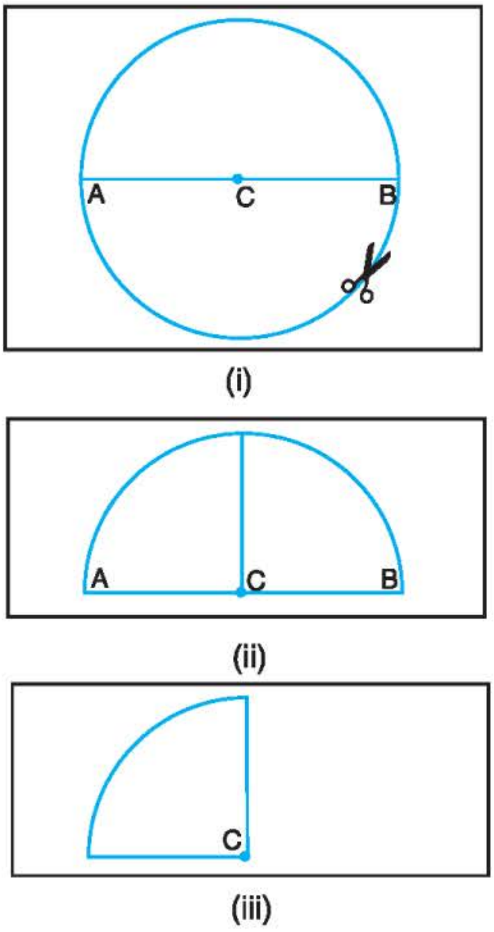
2. इसके केंद्र को C नाम देते हैं।

3. इसका एक व्यास AB बनाते हैं।

4. आकृति (II) की तरह इस कागज के वृत्त को व्यास AB पर मोड़ते हैं।

5. केंद्र C पर इसे चित्रानुसार मोड़ते हैं। इससे बिंदु A, बिंदु B से मिल जाता है। इससे ज्ञात होता है कि वृत्त की त्रिज्याएँ CA, CB, व्यास AB की आधी हैं।

अब कागज खोलकर व्यास एवं त्रिज्याओं को स्केल से नापकर पुष्टि करते हैं।



आकृति 15.37

गतिविधि 4 : 2 से.मी., 3 से.मी., 4 से.मी., 5 से.मी. और 3 से.मी. 5 मि.मी. की अलग-अलग त्रिज्याएँ लेकर पाँच वृत्त बनाइए।

इन वृत्तों में से प्रत्येक की त्रिज्या और व्यास बनाकर इनकी लंबाईयाँ मापिए और दी गई तालिका में भरिए।

वृत्त	त्रिज्या की लम्बाई	व्यास की लम्बाई	त्रिज्या और व्यास में संबंध
1.	2 से.मी.	4 से.मी	2 × ...... से.मी. = ... से.मी.
2.	3 से.मी.	6 से.मी	2 × ...... से.मी. = ... से.मी.
3.	4 से.मी.	8 से.मी.	2 × ...... से.मी. = ... से.मी.
4.	5 से.मी.	10 से.मी.	2 × ...... से.मी. = ... से.मी.
5.	3.5 से.मी.	7 से.मी.	2 × ...... से.मी. = ... से.मी.

उपरोक्त सारणी से हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि वृत्त के व्यास की लम्बाई उसकी त्रिज्या की लम्बाई की दोगुनी होती हैं।

व्यास = 2 × त्रिज्या

अभ्यास 15.8

1. वृत्तों की त्रिज्याएँ दी गई हैं व्यास ज्ञात कीजिए

(i) 1 से.मी.　(ii) 3 से.मी.　(iii) 6 से.मी.

(iv) 7 से.मी.　(v) 10 से.मी.

2. वृत्तों के व्यास दिए गए हैं त्रिज्या का मान रिक्त स्थान में लिखिए

(i) वृत्त का व्यास 10 से.मी. तो त्रिज्या ...... से.मी. होगी।

(ii) वृत्त का व्यास 6 से.मी. तो त्रिज्या ...... से.मी. होगी।

(iii) वृत्त का व्यास 2 से.मी. तो त्रिज्या ..... से.मी. होगी।

(iv) वृत्त का व्यास 4 से.मी. तो त्रिज्या ..... से.मी. होगी।

3. सही विकल्प चुनिए

(i) वृत्त का व्यास त्रिज्या का होता है।

(I) बराबर　(II) दो गुना　(III) तिगुना

(ii) वृत्त की त्रिज्या व्यास की होती है।

(I) बराबर　(II) दो गुना　(III) आधी

(iii) एक वृत्त की सभी त्रिज्याएँ होती हैं।

(I) बराबर　(II) अलग-अलग लम्बाई की (III) व्यास के बराबर।

4. रिक्त स्थान भरिए

(i) एक वृत्त की सभी त्रिज्याएँ ..... होती हैं।

(ii) एक वृत्त के सभी व्यास ..... नाप के होते हैं।

(iii) वृत्त का व्यास उसकी त्रिज्या का ..... होता है।

सममित आकृतियाँ

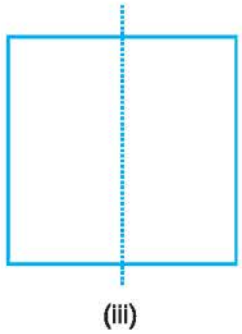
पिछली कक्षा में हमने सममित आकृतियों को देखा था। पुनः सममित आकृतियों की पहचान एवं समझ हेतु कुछ गतिविधियाँ करते हैं

गतिविधि 5.

सममित आकृतियों को समझने के लिए एक वर्गाकार कागज का टुकड़ा लीजिए अब इस कागज को बीच में से इस प्रकार मोड़िए कि मुड़े हुये दोनों भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढक लें।

वर्गाकार कागज मुड़ा हुआ कागज

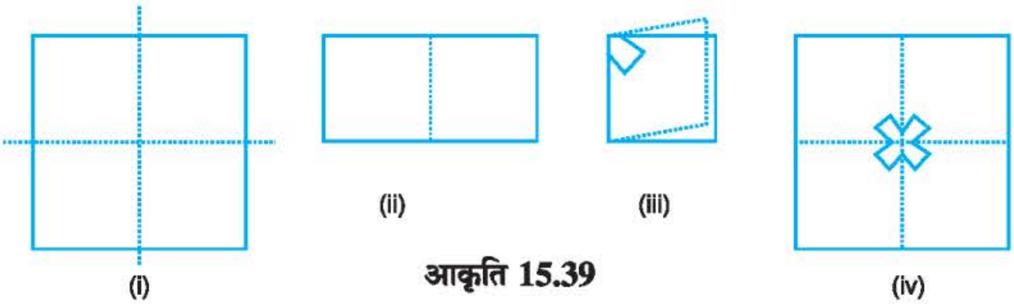
अब इस कागज को खोल कर देखिए। मोड़ने वाले भाग पर एक रेखा सी दिखाई देगी इस रेखा को दोनों तरफ के कागज के आयताकार भाग पूर्णतः एक जैसे बराबर हैं। नीचे के चित्र में मोड़ने वाली रेखा को टूटी रेखा से दर्शाया गया है।



आकृति 15.38

ऐसी आकृति जो किसी रेखा के दोनों तरफ पूर्णतः एक जैसी होती हैं। सममित आकृति कहलाती है। वह रेखा जिस पर से आपने कागज को मोड़ा था उसको सममित रेखा अथवा सममित अक्ष कहते हैं।

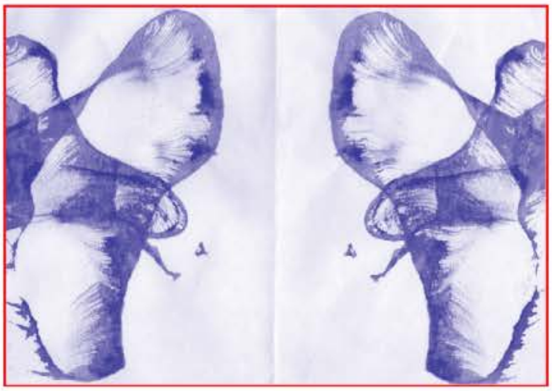
गतिविधि 6 : एक वर्गाकार कागज लीजिए उसे चित्रानुसार दो बार मोड़िए और काटकर नीचे दी गई सममित आकृतियाँ बनाइए।



आकृति 15.39

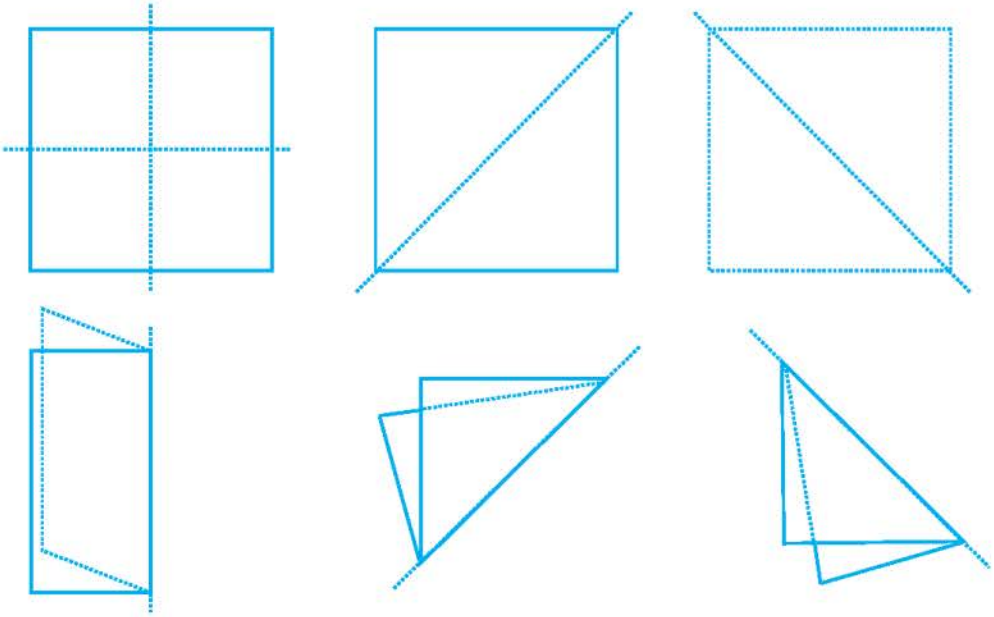
गतिविधि 7 : एक कागज को ठीक बीच से मोड़िए। धागे को रंग में डुबाकर मुड़े कागज के बीच में इस प्रकार से रखिए कि धागे का दूसरा छोर कागज के बाहर हो। अब कागज को ऊपर से दबाते हुए पूरे धागे को कागज से बाहर खींच लीजिए। कागज खोलकर उसमें सममित रेखा के दोनों और बनी आकृतियों को देखिए।

इसी प्रकार से धागे को रंग में डुबाकर अलग-अलग ढंग से कागज में रखकर कई आकृतियाँ बनाइए। ये सभी सममित आकृतियाँ होंगी।



आकृति 15.40

आइए देखें कि एक वर्गाकार कागज को और कितने प्रकार से मोड़ सकते हैं कि मुड़े हुये भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढंक लें।

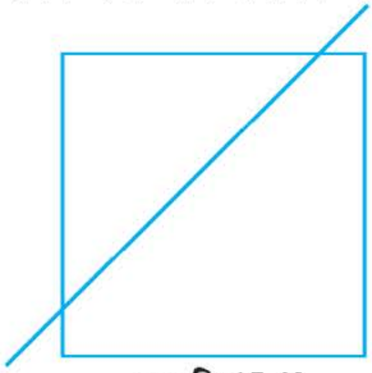


मोड़ने का पहला प्रकार — मोड़ने का दूसरा प्रकार — मोड़ने का तीसरा प्रकार

आकृति 15.41

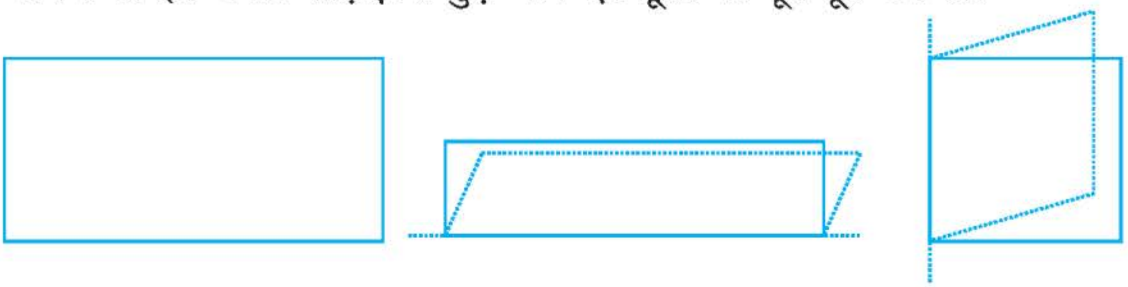
मुड़े हुए भाग को खोल कर ध्यान से देखिए। दोनों मुड़े हुये भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढक लेते हैं अर्थात उपरोक्त सभी आकृतियाँ सममित आकृतियाँ हैं। सभी चित्रों में 'सममित अक्ष' को दिखाया गया है। यहाँ ध्यान रखना होगा यदि तुमने सही वर्गाकार कागज नहीं लिया है अथवा गलत स्थान से मोड़ दिया है तो मुड़े हुए कागज के भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा नहीं ढकेंगे। उस स्थिति में जो अक्ष प्राप्त होगी उसके संगत दोनों भाग सममित नहीं होंगे।

इस आकृति में सममित अक्ष गलत खींची गई है अब अगर तुम इस स्थान से कागज को मोड़ोंगे तो दोनों मुड़े कागज एक-दूसरे को पूरा-पूरा नहीं ढकेंगे। अर्थात अक्ष सममित अक्ष नहीं है।



आकृति 15.42

एक आयताकार कागज से सममित आकृतियाँ बनाते हैं। एक आयताकार कागज लीजिए, इस कागज को इस प्रकार मोड़िए कि मुड़े भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढक लें।

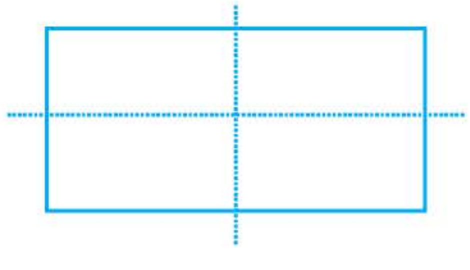


आकृति 15.43

आयाताकार कागज मोड़ने का पहला तरीका मोड़ने का दूसरा तरीका

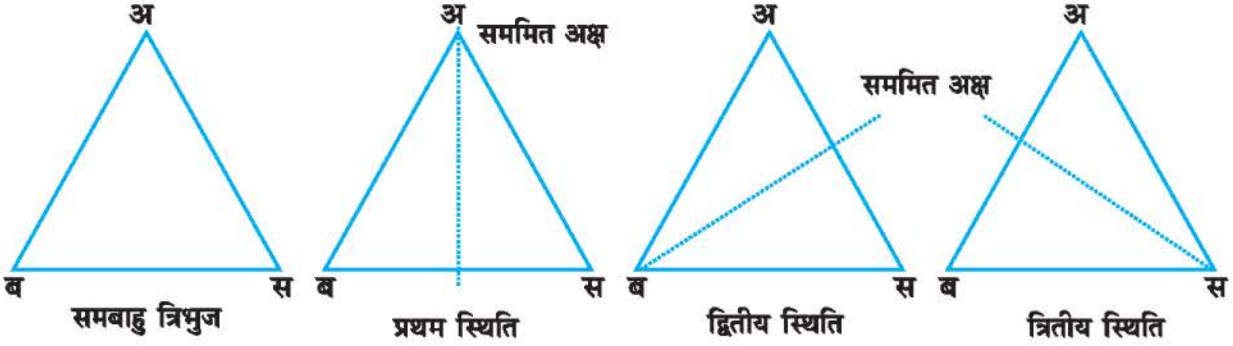
आयताकार कागज को उपरोक्त दो प्रकार से ऐसे मोड़ सकते हैं, जिससे सममित आकृतियाँ प्राप्त हो। अर्थात् आयताकार कागज में दो सममित अक्ष खींच सकते हैं।

चित्र में टूटी रेखा से दोनों सममित अक्षों को दर्शाया गया है।



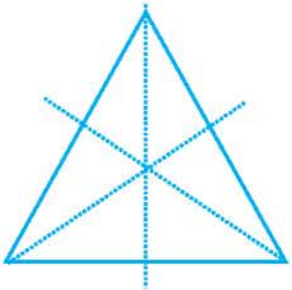
आकृति 15.44

अ ब स एक समबाहु त्रिभुज है। हम इस त्रिभुज को विभिन्न प्रकार से मोड़ते हैं कि मुड़े हुए दोनों भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढक लें। ऐसी हमें तीन स्थितियाँ प्राप्त होती हैं।



आकृति 15.45

समबाहु त्रिभुज को हम तीन प्रकार से मोड़ कर सममित अक्ष प्राप्त कर सकते हैं। उपरोक्त समबाहु त्रिभुज में टूटी रेखा द्वारा सममित अक्षों को दर्शाया गया है।



आकृति 15.46

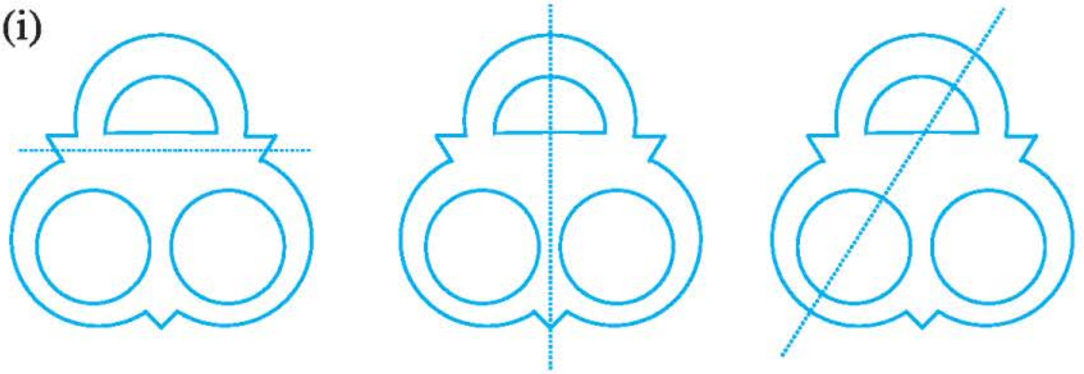
- सममित की रेखा को सममित अक्ष भी कहते हैं।
- सममितता किसी अक्ष के परित: देखी जाती हैं।
- सममित अक्ष के दोनों तरफ की आकृतियाँ एक जैसी होती हैं।
- सममित अक्ष एक से ज्यादा भी हो सकती हैं।

शिक्षण संकेत : बच्चों को विभिन्न प्रकार की कागज से बनी आकृतियों को मोड़कर सममित अक्ष की पहचान करवाएँ।

अभ्यास 15.9

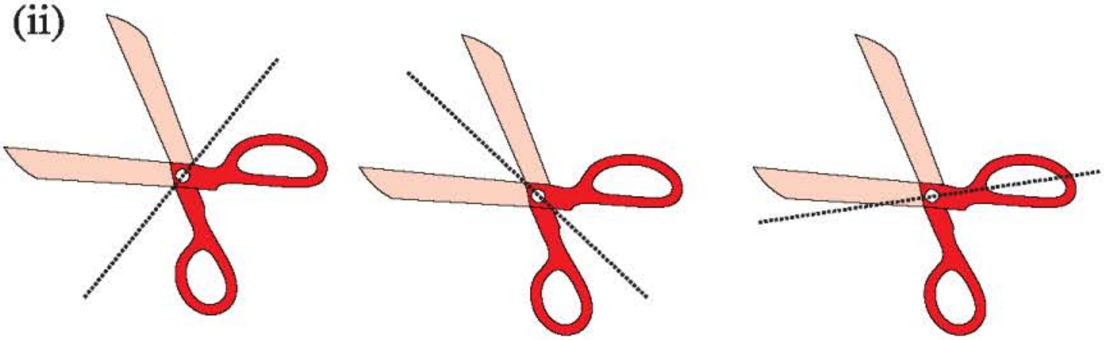
1. नीचे कुछ आकृतियों में सममित की अक्ष खींची गई है। देखिए और सही सममित अक्ष को पहचानकर (✓) का निशान लगाइए।

(i)



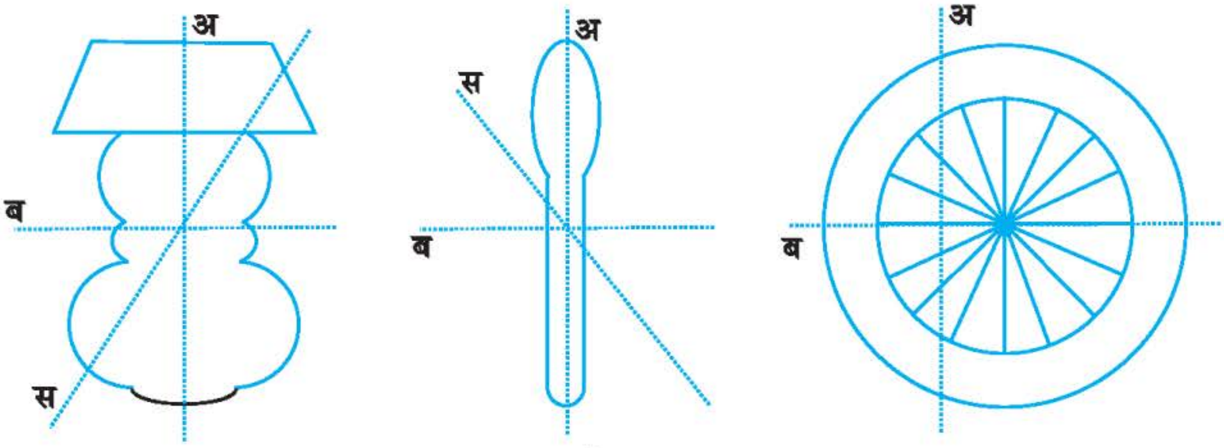
आकृति 15.47

(ii)



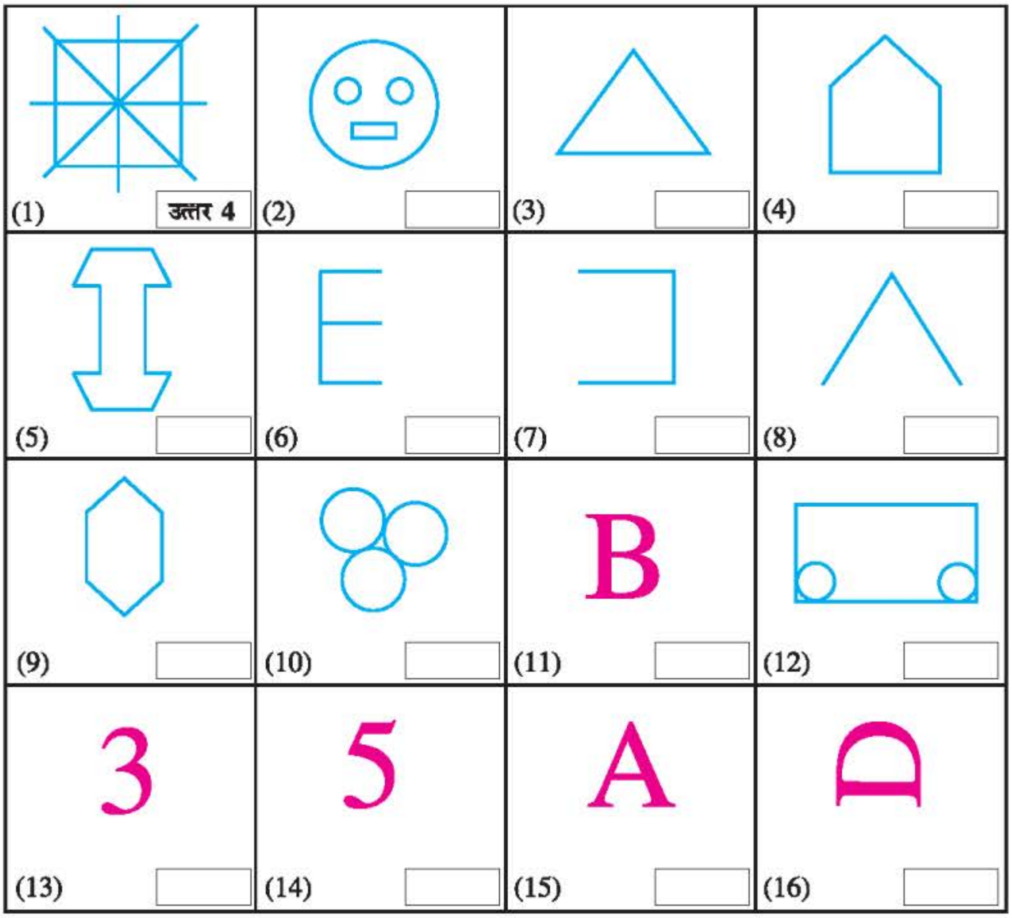
आकृति 15.48

2. नीचे दिये गये प्रत्येक चित्र को कई टूटी रेखाओं द्वारा दो भागों में बाँटा गया है। बताइए कौन सी रेखा चित्र को दो समान भागों में बाँटती है।



आकृति 15.49

3. नीचे कुछ आकृतियाँ बनी हुई हैं इनमें सममित अक्ष खींचिए एवं रिक्त स्थान में सममित अक्षों की संख्या लिखिए।



आकृति 15.50

गतिविधि 8 :

- परकार की सहायता से एक कागज पर वृत्त बनाइए और देखिए इसमें कितनी सममित अक्ष खींची जा सकती हैं। सही उत्तर प्राप्त करने में शिक्षक से मदद लीजिए।
- **A, B, C ..... Z** तक लिखिए एवं इनमें सममित अक्षों को छाँटकर सममित अक्ष भी खींचिए।
- अपने आसपास के पेड़ों से टूटी हुई पत्तियों को एकत्रित कीजिए उनमें से कौन-सी पत्तियाँ सममित हैं छाँटिए।

शिक्षण संकेत : वृत्त में सममित अक्षों की संख्या अनन्त होती हैं, इस निष्कर्ष को बच्चों से चर्चा एवं गतिविधि के माध्यम से निकलवायें।

विविध प्रश्नावली 3

1. रिक्त स्थानों को भरिए

(i) त्रिभुज के तीनों कोणों का योग ...... होता है।

(ii) वह त्रिभुज जिसमें दो भुजाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं, उसे ...... त्रिभुज कहते हैं।

(iii) समद्विबाहु त्रिभुज में .... सममित अक्ष होते हैं।

(iv) आयत में .... किनारे एवं ...... कोने होते हैं।

(v) एक रेखाखण्ड में कम-से-कम ...... बिंदु होते हैं।

2. कथन सत्य है या असत्य, लिखिए

(i) किरण की निश्चित लम्बाई नहीं होती हैं।

(ii) दो समांतर रेखाएँ एक-दूसरे से नहीं मिलती हैं।

(iii) किसी त्रिभुज में दो समकोण हो सकते हैं।

(iv) वृत्त की त्रिज्या उसकी व्यास की लगभग तीन गुनी होती हैं।

(v) सममित अक्ष के दोनों तरफ की आकृतियाँ एक जैसी होती हैं।

3. 5 से.मी. व्यास वाले एक वृत्त की रचना कीजिए।

4. एक आयताकार दर्पण की लम्बाई 20 से.मी. और चौड़ाई 14 से.मी. है। दर्पण की परिमाप ज्ञात कीजिए।

5. एक आयताकार कमरे के फर्श की लम्बाई 14 मी. और चौड़ाई 12 मी हैं। कमरे का फर्श पक्का कराने में 25 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से कुल कितना रुपया व्यये हागा?

6. एक कमरा 8 मीटर लंबा और 5 मीटर चौड़ा है। उस कमरे में पत्थर की फर्सियाँ लगानी हैं, तो इसमें एक वर्गमीटर की कितनी फर्सियाँ लगेगी?

7. ऐसे आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी चौड़ाई 53.5 से.मी. तथा जिसकी लम्बाई उसकी चौड़ाई की दुगुनी हैं?

8. 8.4 मी. लम्बी तथा 2.5 मी. चौड़ी दीवार में 10 से.मी. भुजा वाली वर्गाकार पत्थर की

सिल्लियाँ लगवानी हैं। पूरी दीवार में कितनी सिल्लियाँ लगेगी।

9. 5 से.मी. लम्बाई तथा 1 से.मी. चौड़ाई वाले आयत का परिमाप तथा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4 से.मी. लम्बाई तथा 2 से.मी. चौड़ाई वाले आयत का परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए साथ ही बताइए

(अ) क्या दोनों के परिमाप बराबर हैं?

(ब) क्या दोनों के क्षेत्रफल बराबर हैं?

10. खाली स्थान भरिए

(i) 425 से.मी. = ... मीटर

(ii) 25 से.मी. 7 मि.मी. = ... से.मी.।

(iii) 5 किलोग्राम 240 ग्राम = ... ग्राम।

(iv) 750 मिलीलीटर = ... लीटर।

(v) 310 मिनट = ... घंटे .... मिनट।

11. खाली स्थान भरिए

(i) 1:00 पूर्वाह्न से 4:00 अपराह्न तक = ... घंटे।

(ii) 6:30 अपराह्न से 7.00 पूर्वाह्न तक = ... घंटे।

(iii) 3 घंटा 10 मिनट में 4 घंटा 58 मिनट का जोड़ = ... घंटा ...... मिनट।

(iv) 2 घंटा 20 मिनट में से 1 घंटा 20 मिनट का अंतर = ... घंटा ...... मिनट।

(v) 12:00 मध्य रात्रि से 12:00 दोपहर तक = ... घंटे।

12. 6 किलोमीटर लम्बी सड़क के एक किनारे पर 16 मीटर की दूरी पर पेड़ लगाने के लिए गड्ढे खोदने हैं। कितने गड्ढे खोदने की आवश्यकता पड़ेगी यदि दोनों छोरों पर भी पेड़ लगाने हों?

13. 100 मीटर कपड़े के थान में से 5 मीटर 50 से.मी. के 12 टुकड़े बेच दिये गये, बताइए कितना कपड़ा शेष बचा?

14. एक किसान के पास 500 किलो 800 ग्राम गेहूं था। उसने 100 किलो गेहूँ अपने खर्च

के लिए रख लिया तथा शेष गेहूं को 4 व्यक्तियों में बराबर-बराबर बेच दिया। बताइए एक व्यक्ति को कितना गेहूं मिला?

15. राजेश अपने घर से 10:30 पूर्वाह्न विद्यालय के लिए निकला तथा 5:00 अपराह्न अपने घर लौटा। यदि आने एवं जाने में उसे कुल 30 मिनट का समय लगा तो बताइए वह विद्यालय में कितने समय रहा?

16. एक टंकी में 20 लीटर दूध था जिसमें से 5 लीटर 600 मि.ली. दूध रमेश ने, 2 लीटर 400 मि.ली. दूध सुरेश ने ले लिया। शेष दूध को 6 परिवारों में बराबर-बराबर बाँट दिया गया। बताइए प्रत्येक परिवार को कितना-कितना दूध मिलेगा?

17. एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 20 से.मी., 25 से.मी. और 30 से.मी. है। त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।

18. एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल 108 वर्ग मीटर है। यदि उसकी लम्बाई 12 मीटर है, तो चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

अभ्यास 1.1

1. (1) XL, (2) XV, (3) XXVIII, (4) LVI, (5) LXXXV, (6) C, (7) LXXXI, (8) LXIX, (9) XXIX, (10) XLVII.
2. (1) 80, (2) 29, (3) 19, (4) 26, (5) 90, (6) 95, (7) 50, (8) 14, (9) 65, (10) 8
3. (1) नौ हजार पांच सौ बयालीस, (2) ग्यारह हजार चार सौ चवालीस, (3) पन्द्रह हजार नौ सौ अट्ठावन, (4) उन्नीस हजार तीन सौ, (5) सड़सठ हजार चार सौ बहत्तर, (6) पंचानवे हजार तीन सौ नौ, (7) पचास हजार इक्यावन, (8) निन्यानवे हजार नौ सौ अन्ठानवे, (9) नवासी हजार एक सौ, (10) एक लाख एक।
4. (1) 5389, (2) 7001, (3) 9990, (4) 23023, (5) 10988, (6) 29306, (7) 80800, (8) 91000, (9) 8113, (10) 94537
5. (1) 73996, 74096, 74196, (2) 70306, 71306, 72306, (3) 38805, 37805, 36805, (4) 49918, 49818, 49718, (5) 70,004, 70005, 70,006
6. (1) 600, (2) 90, (3) 0, (4) 7000, (5) 20000, (6) 100,1, (7) 10000, (8) 0, (9) 0, (10) 60000
7. (2) 39099, 39101, (3) 99899, 99901, (4) 9999, 10001, (5) 44489, 44491, (6) 19880, 19882, (7) 29000, 29002, (8) 29998, 30000, (9) 11000, 11002, (10) 998, 1000
8. (1) 73210, (2) 88101, (3) 9125, (4) 89888, (5) 73426, (6) 79319, (7) 94997, (8) 85425
9. (2) तीस लाख नौ हजार आठ सौ, (3) तीस लाख नौ हजार सात सौ, (4) तीस लाख नौ हजार छः सौ, (5) तीस लाख नौ हजार पांच सौ, (6) तीस लाख नौ हजार चार सौ, (7) तीस लाख नौ हजार तीन सौ, (8) तीस लाख नौ हजार दो सौ, (9) तीस लाख नौ हजार एक सौ, (10) तीस लाख नौ हजार।
10. (2) पचासी लाख इकतीस हजार, (3) पचासी लाख बत्तीस हजार, (4) पचासी लाख तेतीस हजार, (5) पचासी लाख चौतीस हजार, (6) पचासी लाख पैंतीस हजार, (7) पचासी लाख छत्तीस हजार, (8) पचासी लाख सैतीस हजार, (9) पचासी लाख अड़तीस हजार, (10) पचासी लाख उनचालीस हजार।

11. अठारह, उन्तालिस, इक्यासी, चौवालिस, छप्पन, छिहत्तर, सत्ताइस, एक सौ, अठहत्तर, उन्चास, तिरसठ, उन्तीस, सतत्तर, निन्यानवे।

12. १००८, १९८७६, ७९७००, ४१२००, २९८७९, ८७४९८, १००८०, १०००१, २८१०१, ४४०००, ५६९०९, १३८००

14. (1) 10,0000, (2) 1000, (3) 100, (4) 1000, (5) 10000, (6) 1000, (7) 10, (8) 100, (9) 100, (10) 1000

15. (1) 400000+20,000+3000+400+10+4,
    (2) 200000+90000+0+200+50+5,
    (3) 600000+40000+3000+600+60+3.
    (4) 700000 +10000+9000+100+50+1,
    (5) 400000+40000+3000+400+40+5,
    (6) 800000 +90000+7000+900+0+3,
    (7) 300000+70000+6000+300+40+6,
    (8) 900000+90000+9000+900+90+9
    (9) 4000+0+0+3, (10) 50000+0+300+0+6

16. (1) 96079, (2) 7470400, (3) 780002, (4) 6,80,439, (5) 80,500

17. (1) 70,83,619, (2) 4000508, (3) 9162480, (4) 1,00,00,000 (5) 3,71,024, (6) 27,09,561, (7) 9435, (8) 90,00,105, (9) 66,60,666, (10) 1000

18. 3,00,000, 40000, 5000, 900, 10, 7

19. 5, 5000 20. 1,10,100

अभ्यास 1.2

1. (1) 780, (2) 1270, (3) 810, (4) 3890, (5) 10810, (6) 7200, (7) 3480, (8) 8250, (9) 12090, (10) 2570

2. (1) 2000 (2) 8300, (3) 9100, (4) 2500, (5) 7600, (6) 9000, (7) 6400, (8) 6700, (9) 1200, (10) 3200

3. (1) 3000, (2) 8000, (3) 11000, (4) 11000, (5) 80,000 (6) 80,000, (7) 9000, (8) 8000, (9) 1000, (10) 12000

4. 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254

अभ्यास 1.3

1. (1) 32,894, (2) 10,03,015, (3) 9,99,999, (4) 48,10,003, (5) 81,83,006, (6) 80,80,018, (7) 93, 08,310, (8) 90,00,000, (9) 53,04,025
2. (1) 1,45,618, (2) 6,82,003, (3) 13,00,709, (4) 94,83,314, (5) 98,00,000, (6) 41,041, (7) 99,15,425, (8) 36,14,451, (9) 6,00,000, (10) 71,03,017
3. (1) >, (2) <, (3) >, (4) >, (5) <, (6) <, (7) <, (8) <, (9) <, (10) > (11) = (12) =
4. (1) >, (2) <, (3) <, (4) >, (5) <
5. (1) 20411, 30435, 40623, 70533
   (2) 40044, 40444, 44044, 44444
   (3) 63148, 63184, 63481, 63841
   (4) 50,006, 50,060, 50,500, 55000
   (5) 20302, 20325, 20825, 90413
6. (1) 45,678, 34,567, 23,456, 12,345
   (2) 45604, 45064, 40564, 40456
   (3) 13244, 12344, 12340, 12304
   (4) 77,777, 77770, 77077, 70777
   (5) 62134, 61234, 21364, 12364

अभ्यास 2.1

1. (1) 5447, (2) 14441, (3) 8631, 2. (1) 9,3,3, (2) 2,6,7, (3) 0, 1, 8, 5,0

अभ्यास 2.2

(i) 105720, (ii) 80841, (iii) 95698, (iv) 1100000,(2)(i) 875649,
(ii) 880400, (iii) 787919, (iv) 980765

अभ्यास 2.3

1. 60, 2. 80, 3. 80, 4. 197, 5. 300, 6. 400, 7. 200, 8. 400

अभ्यास 2.4

1. 8688, 2. 7415, 3. 27794

अभ्यास 2.5

(1) ₹ 38557 (2) ₹ 186086 (3) 1099999, (4) 63117 शालाएँ, (5) ₹ 374 05 पैसे, (6) 989304

अभ्यास 2.6

1. 600, 2. 254, 3. 576, 4. (1) 2, 7, 9, (2) 5, 2, 3, (3) 4,5,1

अभ्यास 2.7

1. (1) 12294, (2) 59108, (3) 3992, (4) 9477
2. (1) 13247, (2) 402202
3. (2) 705572, (3) 63279, (4) 478027
4. (1) 466873, (2) 616795, (3) 245742, (4) 754214, (5) 83625, (6) 230664
5. (1) 1000, (2) 6800, (3) 9998, (4) 5000, (5) 3000, (6) 500, (7) 500, (8) 8000

अभ्यास 2.8

1. 377054, 2. 307076, 3. 698846, 4. 129891, 5. 740789, 6. 233178, 7. 929691, 8. 601653, 9. 137855, 10. 93330

अभ्यास 2.9

1.
$$\begin{array}{r} 8\,\boxed{9}\,4\,7\,3\,\boxed{0} \\ -\ \boxed{0}\,4\,2\,\boxed{3}\,4\,6 \\ \hline 8\,5\,\boxed{3}\,3\,8\,4 \end{array}$$

2.
$$\begin{array}{r} 8\,\boxed{2}\,2\,\boxed{6}\,3\,2 \\ -\ \boxed{4}\,4\,0\,5\,\boxed{4}\,0 \\ \hline 3\,8\,2\,0\,9\,2 \end{array}$$

3.
$$\begin{array}{r} \boxed{5}\,3\,\boxed{1}\,9\,\boxed{9}\,0 \\ -\ 4\,\boxed{7}\,7\,9\,8\,\boxed{5} \\ \hline 0\,5\,4\,\boxed{0}\,0\,5 \end{array}$$

4.
$$\begin{array}{r} 5\,8\,\boxed{3}\,7 \\ -\ 2\,\boxed{3}\,7\,9 \\ \hline \boxed{3}\,4\,5\,8 \end{array}$$

5.
$$\begin{array}{r} 6\,\boxed{2}\,9\,4\,\boxed{1}\,7 \\ -\ 5\,0\,\boxed{8}\,6\,4\,\boxed{2} \\ \hline \boxed{1}\,2\,0\,\boxed{7}\,7\,\boxed{5} \end{array}$$

6.
$$\begin{array}{r} 9\,8\,7\,\boxed{9} \\ -\ \boxed{3}\,\boxed{4}\,6\,5 \\ \hline 6\,4\,\boxed{1}\,4 \end{array}$$

7.
$$\begin{array}{r} 9\,\boxed{3}\,7\,5\,\boxed{9}\,1 \\ -\ 7\,4\,\boxed{7}\,\boxed{4}\,2\,9 \\ \hline \boxed{1}\,9\,0\,1\,6\,\boxed{2} \end{array}$$

8.
$$\begin{array}{r} 7\,8\,3\,2 \\ -\ 2\,\boxed{9}\,\boxed{2}\,5 \\ \hline \boxed{4}\,9\,0\,7 \end{array}$$

अभ्यास 2.10

1. 79265 ली., 2. 899999, 3. 4650 मत, 4. 87620 बच्चे, 5. 104935, 6. 6548

अभ्यास 2.11

(1) 325, (2) 323, (3) 223, (4) 154, (5) 2688, (6) 4405

अभ्यास 2.12

1. (1) 3650, (2) 100240, (3) 74760, (4) 283900, 2. ₹360 3. 98901

अभ्यास 2.13

1. 88400, 2. 975000, 3. 301568, 4. 1819152, 5. 264690, 6. 78125, 7. 31518, 8. 54470, 9. 290625

अभ्यास 2.14

1. (1) 250, (2) 135, (3) 90, (4) 119, (5) 100, (6) 88
2. 11130 आम, 3. 11375 पुस्तकें, 4. 164615 बोरे, 5. 9060 कि.मी., 6. 55740 ली., 7. 8208 साइकिलें

अभ्यास 2.15

1. (1) 264, (2) 672, (3) 1281, (4) 1806, (5) 3825, (6) 1936 (7) 25742, (8) 25652, (9) 67942, (10) 114464, (11) 73926, (12) 308025

अभ्यास 2.16

(1) 8, (2) 36, (3) 47 (4) 29

अभ्यास 2.17

1. (1) भागफल 93, शेषफल 89, (2) भागफल 403, शेषफल 6, (3) भागफल 262, शेषफल 0, (4) भागफल 104, शेषफल 3, (5) भागफल 103, शेषफल 3, (6) भागफल 46, शेषफल 56, 2. 200 पुस्तकें, 3. ₹ 82, 4. 50 पैकेट, 5. 72 पौधे, 6. 45, 7. 100 पुस्तिकाएँ, 8. 19349

अभ्यास 2.18

मौखिक 1. ₹46 2. ₹ 20 3. ₹30 4. ₹40 5. 1 ली.

अभ्यास 2.19

1. ₹40000 2. ₹346225 3. 300 ली., 4. 241 थैलियाँ, 5. 45 नोट, 6. 20 क्विंटल, 7. ₹ 20215

अभ्यास 2.20

1. 40, 45, 50, 2. 380, 425, 470, 3. 35, 30, 25, 4. 700 600 500

अभ्यास 2.21

1. 120 240, 2. 1350 4050, 3. 14 18, 4. 40 8, 5. 32 8

अभ्यास 3.1

1. (i) अपवर्त्य, (ii) छोटी, छोटी, भाज्य, (iii) अनंत, (iv) अपवर्त्य (गुणज), (v) पहली।
2. (1) 14, 21, 28, 35, 42, (2) 16, 24, 32, 40, 48, (3) 18, 27, 36, 45, 54, (4) 30, 45, 60, 75, 90, 3. 18, 36, 54
4. (1) 24, (2) 18, (3) 210, (4) 30, (5) 600, (6) 300
5. (1) 12, (2) 60, (3) 75, (4) 72, (5) 360

अभ्यास 3.2

1. (1) अपवर्तक, (2) सबसे बड़ा समान अपवर्तक, (3) दूसरी संख्या, (4) ल.स., म.स. से बड़ा।
2. (1) 1, 2, 3, 6, (2) 1, 3, 9, (3) 1, ,2, 7, 14, (4) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 3. (1) 5, (2) 8, (3) 20, (4) 16, (5) 1, (6) 3, 4. (1) 12, (2) 15, (3) 11, (4) 15, (5) 2, (6) 16, 5. (1) 1, (2) म.स., (3) बड़ा।

अभ्यास 4.1

1. (1) विषम भिन्न, (2) मिश्र भिन्न, (3) सम भिन्न (4) $\frac{8}{5}$ (5) $1\frac{2}{7}$
2. (1) सम, (2) विषम, (3) मिश्र, (4) सजातीय, (5) विजातीय।
3. सम भिन्न : $\frac{7}{8}, \frac{2}{10}$; विषम भिन्न : $\frac{10}{9}, \frac{17}{4}$; मिश्र भिन्न $3\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 5\frac{5}{9}$
4. (1) $\frac{15}{2}$ (2) $\frac{35}{4}$ (3) $\frac{8}{7}$ (4) $\frac{29}{8}$ (5) $\frac{32}{7}$ (6) $\frac{43}{8}$
5. (1) $3\frac{3}{7}$ (2) $3\frac{3}{5}$ (3) $3\frac{1}{2}$ (4) $3\frac{3}{4}$ (5) $2\frac{4}{7}$ (6) $6\frac{2}{3}$

अभ्यास 4.2

1. (1) भिन्न के अंश एवं हर में एक ही संख्या से गुणा करके अथवा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड से भाग देकर।

   (2) $\frac{6}{10}$ (3) $\frac{21}{12}$ (4) $\frac{3}{2}$ (5) $\frac{1}{4}$
2. (1) 28, (2) 16, (3) 12, (4) 12, (5) 24, (6) 64

3. (1) $\frac{12}{20}$ (2) $\frac{9}{15}$ (3) $\frac{18}{30}$ (4) $\frac{27}{45}$

4. (1) हाँ (2) नहीं (3) नहीं, (4) हाँ, (5) नहीं, (6) हाँ

अभ्यास 4.3

1. (1) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{5}{6}$ (2) $\frac{8}{9}, \frac{6}{9}, \frac{3}{9}$ (3) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (4) $\frac{8}{3}, \frac{8}{7}, \frac{8}{9}$

2. (1) छोटी, (2) बड़ी, (3) तुल्य, (4) 1

3. (1) $<$, (2) $<$, (3) $>$, (4) $<$

4. (1) $\frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$ (2) $\frac{3}{8} < \frac{2}{5} < \frac{5}{6}$ (3) $\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$ (4) $\frac{5}{9} < \frac{3}{5} < \frac{7}{9}$

   (5) $\frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ (6) $\frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$

5. (1) $\frac{4}{5} > \frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{3} > \frac{2}{5} > \frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{6} > \frac{2}{5} > \frac{3}{8}$ (4) $\frac{6}{7} > \frac{5}{6} > \frac{2}{3}$

   (5) $\frac{7}{9} > \frac{3}{5} > \frac{5}{9}$ (6) $\frac{3}{5} > \frac{7}{15} > \frac{4}{9}$

6. (1) $\frac{2}{5} < \frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{7}{8}$ (आरोही क्रम) $\frac{7}{8} > \frac{7}{9} > \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$ (अवरोही क्रम)

   (2) $\frac{1}{4} < \frac{2}{7} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ (आरोही क्रम) $\frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{2}{7} > \frac{1}{4}$ (अवरोही क्रम)

   (3) $\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{13}{12} < \frac{3}{2}$ (आरोही क्रम) $\frac{3}{2} > \frac{13}{12} > \frac{3}{5} > \frac{3}{7}$ (अवरोही क्रम)

   (4) $\frac{3}{14} < \frac{13}{42} < \frac{5}{7} < \frac{17}{21}$ (आरोही क्रम) $\frac{17}{21} > \frac{5}{7} > \frac{13}{42} > \frac{3}{14}$ (अवरोही क्रम)

   (5) $\frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10}$ (आरोही क्रम) $\frac{7}{10} > \frac{13}{20} > \frac{5}{8} > \frac{3}{5}$ (अवरोही क्रम)

   (6) $\frac{3}{5} < \frac{5}{6} < \frac{14}{15} < \frac{30}{30}$ (आरोही क्रम) $\frac{30}{30} > \frac{14}{15} > \frac{5}{6} > \frac{3}{5}$ (अवरोही क्रम)

7. (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{6}{13}$ (4) $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{2}{5}$ (6) $\frac{3}{7}$

अभ्यास 4.4

(1) (अ) अंशों, (ब) तुल्य, 2. (1) $\frac{7}{8}$, (2) $\frac{8}{15}$ (3) $\frac{51}{20}$ (4) $\frac{257}{30}$ (5) $\frac{131}{12}$

(6) $\frac{97}{15}$ (7) $\frac{301}{20}$ (8) $\frac{51}{8}$ (9) $\frac{27}{2}$ (10) $\frac{42}{5}$ (11) $\frac{113}{12}$ (12) $\frac{335}{28}$

अभ्यास 4.5

1. $\frac{5}{9}$, 2. $\frac{7}{8}$, 3. $\frac{7}{10}$, 4. $\frac{7}{9}$, 5. $\frac{5}{7}$, 6. $\frac{9}{10}$, 7. $\frac{10}{10} = 1$ अर्थात पूरे खेत की

अभ्यास 4.6

1. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{15}{2}$ (3) $\frac{9}{2}$ (4) $\frac{193}{24}$

2. (1) $\frac{67}{18}$ (2) $\frac{69}{20}$ (3) $\frac{55}{6}$ (4) $\frac{27}{10}$ 3. $\frac{79}{35}$ 4. $\frac{5}{6}$

अभ्यास 4.7

1. $\frac{13}{12}$ घंटे, 2. 46 लीटर, 3. $\frac{17}{4}$ कि.ग्रा. 4. $\frac{83}{10}$ सैकेण्ड 5. $\frac{73}{15}$ मीटर, 6. $3\frac{1}{2}$ और

$5\frac{1}{4}$ का योग, 7. $\frac{1159}{60}$ 8. $\frac{3}{4}$

9. $\frac{11}{4}$ घंटे, 10. (1) $\frac{33}{5}$, (2) $\frac{335}{42}$, (3) $\frac{109}{12}$, (4) $\frac{52}{9}$, (5) $\frac{5}{9}$,

(6) $\frac{17}{6}$ (7) $\frac{10}{7}$ (8) $\frac{5}{6}$

अभ्यास 4.8

1. (1) $\frac{16}{3}$ (2) $\frac{27}{5}$ (3) 40, (4) 8, (5) $\frac{9}{2}$, (6) $\frac{32}{3}$, (7) $\frac{8}{7}$ (8) 40

(9) $\frac{24}{5}$ (10) $\frac{9}{5}$ (11) $\frac{5}{2}$, (12) $\frac{3}{4}$

2. (1) $\frac{8}{5}$ (2) $\frac{9}{4}$ (3) 38, (4) 18, 3. (1) $\frac{9}{2}$, (2) $\frac{81}{2}$ (3) 86

4. $\frac{7}{2}$ घंटा, 5. $\frac{21}{4}$ घंटा

अभ्यास 4.9

1. (1) $\frac{1}{40}$, (2) $\frac{1}{36}$, (3) $\frac{1}{12}$ 2. (1) $\frac{1}{21}$, (2) $\frac{1}{32}$, (3) $\frac{1}{90}$, (4) $\frac{1}{27}$

3. $\frac{1}{10}$ कि.ग्रा.

अभ्यास 4.10

1. $\frac{2}{21}$ 2. $\frac{25}{112}$ 3. $\frac{32}{147}$

अभ्यास 4.11

(1) 4, (2) 6, (3) 15, (4) 20, (5) 48, (6) 36, (7) 12, (8) 24, (9) 36

अभ्यास 4.12

1. (1) $\frac{2}{15}$, (2) $\frac{3}{16}$, (3) $\frac{2}{27}$, (4) $\frac{1}{14}$, (5) $\frac{1}{9}$, (6) $\frac{3}{32}$, (7) $\frac{1}{27}$, (8) $\frac{1}{21}$

2. (1) $\frac{9}{2}$, (2) $\frac{25}{4}$, (3) 5, (4) $\frac{9}{2}$, (5) 4, (6) 14, (7) 10, (8) 12

3. (1) $\frac{7}{9}$, (2) $\frac{15}{8}$, (3) $\frac{16}{27}$, (4) $\frac{27}{10}$, (5) $\frac{32}{49}$, (6) $\frac{27}{20}$, (7) $\frac{4}{7}$, (8) $\frac{1}{2}$

अभ्यास 5.1

1. (1) 208.407, (2) 300.003, (3) 0.101, (4) 5062.023, (5) 0.023
2. (1) पांच सौ तेइस दशमलव एक, चार छ:
   (2) दो सौ छ: दशमलव शून्य, शून्य सात
   (3) शून्य दशमलव तीन, शून्य, सात
   (4) इकतीस दशमलव पांच शून्य छ:
   (5) सात हजार दो दशमलव शून्य शून्य पांच।
3. (1) 0.4, (2) 0.14, (3) 0.006, (4) 0.135, (5) 7.4

4. (1) 0.9, (2) 0.5, (3) 0.7, (4) 0.6, (5) 0.8, (6) 0.17, (7) 0.051, (8) 0.762

5. (1) $\frac{4}{10}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{9}{10}$ (4) $\frac{7}{10}$ (5) $\frac{63}{100}$ (6) $\frac{98}{100}$ (7) $\frac{9}{100}$ (8) $\frac{7}{1000}$

6. (1) तीन दशमलव पांच, (2) दस दशमलव दो शून्य, (3) आठ दशमलव छः, (4) पांच दशमलव शून्य आठ

7. (1) 5.02, 5.12, 5.19, (2) 1.08, 8.01, 10.8, (3) 0.09, 0.11, 0.8

8. (1) $\frac{7}{50}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{7}{4}$ (4) $\frac{43}{20}$ (5) $\frac{61}{10}$ (6) $\frac{3}{40}$

अभ्यास 5.2

1. ₹7.20 2. ₹12.05 3. ₹10.50 4. ₹6.30 5. 10.430 कि.ग्रा., 6. 4.750 कि.ग्रा., 7. 1.525 कि.ग्रा., 8. 7.060 लीटर, 9. 3.250 ली., 10. 5.05 मी., 11. 11.100 मीटर, 12. 3.500 कि.मी., 13. ₹5.05 14. 15.005 कि.ग्रा., 15. 35.045 कि.मी.।

अभ्यास 5.3

1. (1) $\frac{5}{100}$ (2) $\frac{25}{100}$ (3) $\frac{345}{1000}$ (4) $\frac{275}{100}$ (5) $\frac{3075}{1000}$ (6) $\frac{171}{10}$, (7) $\frac{20181}{1000}$

(8) $\frac{1250}{1000}$, (9) $\frac{705}{1000}$, (10) $\frac{180}{1000}$

2. (1) 0.8, (2) 1.7, (3) 12.8, (4) 9.56, (5) 6.45, (6) 0.008, (7) 12.5, (8) 0.30, (9) 0.50

3. (1) 6.389, (2) 87.07, (3) 9.009, (4) 4.123

अभ्यास 5.4

1. (1) 92.0, (2) 52.88, (3) 40.75, (4) 2.482, (5) 70.44

2. 11.10 से.मी., 3. ₹167.75 4. ₹134.85

अभ्यास 5.5

1. (1) 0.800 लीटर, (2) 11.68 मीटर, (3) 3.87 कि.मी., 2. (1) 13.5 डेसीमीटर, (2) 5.5 डेका मीटर, 3. रमेश, 2.5 कि.मी., 4. ₹3.25

अभ्यास 5.6

1. (1) 4.056, (2) 9.525, (3) 116.978, (4) 2258.276
2. (1) 24, 10, (2) 100, 10

अभ्यास 5.7

1. 5.05, 2. 137.785, 3. 0.08, 4. 1.32

अभ्यास 5.8

1. ₹ 21.25 2. 2 टुकड़े, 3. 18 बोतले एवं 70 मि.ली. तेल बचेगा, 4. (1) 14.601, (2) 52.88 5. (1) 0.125, (2) 7.490, 6. 8.250 किलोग्राम, 7. ₹ 347.75 8. 6.750 लीटर, 9. ₹ 418 10. ₹ 16.10

विविध प्रश्नावली 1

1. (1) एक हजार तेइस, (2) इकतिस हजार एक सौ पच्चीस, (3) साठ हजार पाँच, (4) एक लाख बावन हजार तीन सौ पचहत्तर
2. (1) 5109, (2) 30207, (3) 4,20,001, (4) 30,32,415
3. (1) 100, (2) 100, (3) 10, (4) 100
4. (1) सम, (2) सम, (3) विषम, (4) सम, (5) 1, (6) सम संख्या
5. (1) 7119, 7419, (2) 419, 619, 919, (3) 9, 15, 24, (4) 25, 73
6. (1) 400, (2) 2000, (3) 900000, (4) 20000, (5) 20
7. (1) 8000000+900000+70000+100+80
   (2) 100000+20000+4000+30+7
   (3) 20000+7000+30+2
   (4) 10000+5
8. आरोही क्रम 50183, 50381, 50813, 53810
   अवरोही क्रम 53810, 50813, 50381, 50183
9. (1) 20579, 97520, (2) 20359, 95320
10. 97865, 11. 98999, 12. 22320, 13. 4080 पंक्तियाँ, 14. 990, 15. 71 डिब्बे, 10 शेष, 16. (1) $30\frac{9}{33}$ (2) $814\frac{2}{9}$ (3) $260\frac{24}{29}$ 17. (1) 5,28,820, (2) 1,97,136, (3) 167238, 18. 7439, 19. (1) 12, (2) 18, (3) 40, (4) 24, 20. (1) 12, (2) 9, (3) 3, 21. 4, 22. (1) 1, (2) $\frac{201}{20}$ (3) $\frac{34}{10}$

(4) $\frac{19}{10}$ (5) $\frac{36}{11}$ (6) $\frac{35}{4}$ (7) $\frac{6}{35}$ (8) $\frac{9}{4}$ (9) $\frac{7}{11}$

23. $\frac{3}{7}$ हाथ

24. (1) 7.8, (2) 54.7, (3) 0.08, (4) 3.33, (5) 0.7, (6) 2.33

25. (1) ₹6.50 (2) ₹5.05 (3) 14.050 कि.ग्रा., (4) 3.250 लीटर, (5) 7.005 लीटर, (6) 10.10 मीटर

26. (1) 12.334, (2) 4.432, (3) 0.843, (4) 1.03, (5) 103.084, (6) 100.20, (7) 1.506, (8) 0.813, (9) 0.06

27. ₹66.15

अभ्यास 6.1

1. ₹375 2. ₹240 3. 38.00 कि.ग्रा., 4. 750 कि.मी.।

अभ्यास 6.2

1. ₹22.50 2. 250 बोरियां, 3. ₹ 10,000 4. ₹ 80 5. 8 लीटर 500 मि.लीटर।

अभ्यास 6.3

1. 960 मिनिट, 2. ₹40 3. 400 कि.मी., 4. 144 घंटे, 5. ₹173.25 6. 180 इंजेक्शन, 7. 10 घंटे, 8. ₹44 9. ₹ 180 10. 40 दिन।

अभ्यास 7.1

1. 3, 2. 6, 3. 5, 4. 8, 5. 15, 6. 20, 7. 16, 8. ₹ 5 9. 10 ली., 10. 31 कि.ग्रा., 11. 5

अभ्यास 7.2

1. 24 मरीज, 2. 14 लीटर, 3. 79 अंक, 4. 49, 5. 400 कि.मी./घंटा, 6. ₹ 52 7. ₹ 210 8. 42 कि.मी./घंटा

अभ्यास 8.1

1. (1) 22, (2) 22%, (3) 78%, 2. (1) 100, (2) 100%, (3) 0%, 3. 86%, 4. 88%, 5. 25%, 6. 20%, 7. 20%, 8. 80%, 9. 56%, 10. 25%

अभ्यास 8.2

1. (1) 80%, (2) 70%, (3) 75%, (4) 50%, (5) 20%, (6) 220%, (7) 150%,

(8) 275%

2. (1) 57%, (2) 25%, (3) 9%, (4) 3%, (5) 700%, (6) 8600%, (7) 350%

3. (1) $\frac{4}{10}$, 40%, (2) $\frac{1}{2}$, 50%, (3) $\frac{3}{5}$, 60%, (4) $\frac{1}{4}$, 25%

अभ्यास 8.3

1. (1) $\frac{6}{25}$ (2) $\frac{7}{25}$ (3) $\frac{7}{20}$, (4) $\frac{1}{50}$, (5) $\frac{1}{20}$, (6) $2\frac{1}{2}$, (7) 1, (8) $\frac{1}{8}$

2. (1) 0.8 (2) 0.45, (3) 0.6, (4) 0.28, (5) 0.65, (6) 0.88, (7) 0.75, (8) 0.3, (9) 0.55, (10) 0.7, (11) 0.85, (12) 0.9

अभ्यास 8.4

1. (1) 160, (2) 150, (3) 90, (4) 62.5 (5) 82.5, (6) 0

2. 1056, 3. 50, 4. ₹ 450, 5. (1) 76% (ii) 24%

6. 300 कि.मी., 200 कि.मी., 7. (1) 31%, (2) 1035, (3) 465

8. ₹ 55

अभ्यास 8.5

1. किरण 70% तथा सुधा 64% अत: किरण अच्छी निशानेबाज हैं।

2. त्रैमासिक परीक्षा में 3, 52.5 कि.ग्रा., 4. ₹ 300 5. 980 बच्चे, 6. 60 व्यक्ति।

अभ्यास 9.1

1. ₹ 30 लाभ, 2. ₹ 175 लाभ, 3. ₹ 30 हानि, 4. ₹ 45 लाभ, 5. ₹ 35 लाभ।

अभ्यास 9.2

1. (i) लाभ ₹ 50 (ii) विक्रय मूल्य ₹ 30 (iii) विक्रय मूल्य ₹ 840 (iv) क्रय मूल्य ₹ 30 (v) क्रय मूल्य ₹ 170

2. ₹ 298 3. ₹ 1300 4. ₹ 200 5. ₹ 525 6. ₹ 8 प्रतिकिलो ग्राम, 7. ₹ 12 प्रति किलोग्राम, 8. ₹ 270 9. ₹ 300

अभ्यास 9.3

1. 10% लाभ, 2. 20% लाभ, 3. 8% हानि, 4. 15% लाभ, 5. 2.5% लाभ, 6. 18% हानि, 7. 15% लाभ, 8. 10% हानि, 9. 4% लाभ, 10. 10% लाभ।

अभ्यास 10.1

1. (i) मूलधन = ₹2000 (ii) ₹200 (iii) मिश्रधन = ₹ 2200 (iv) समय = 1 वर्ष (v) दर = 10% वार्षिक
2. (i) 3000, (ii) 3240, (iii) 240, (iv) 1 वर्ष (v) 8
3. (i) ₹1000 (ii) 4 प्रतिशत वार्षिक (iii) दो वर्ष, (iv) ₹80 (v) ₹1080
4. (iii) ₹ 80,000

अभ्यास 10.2

1. (i) ₹200 (ii) ₹50 (iii) ₹75
2. ₹150 3. ₹ 2000 4. ₹90,000 5. ₹150

अभ्यास 10.3

1. (i)₹ 675 (ii)₹ 4440 (iii)₹ 2432 (iv)₹ 850.5
2. ₹10,000 3. ₹ 6200 4. ₹868 5. ₹2500

अभ्यास 11.1

अ. 1. ₹ 14 2. ₹ 12 3. TIN, 4. बिल

ब. (i) बिल, 2. भूल-चूक लेनी देनी।

अभ्यास 11.2

1. ₹120 2. ₹160 3. ₹392 4. ₹130 5. ₹ 108

विविध प्रश्नावली 2

1. (i) सभी आकड़ों का जोड़, (ii) दर%, (iii) 20 नोट, (iv) 9, (v) मूलधन, (vi) 3 रुपये।
2. (i) सत्य, (ii) सत्य, (iii) असत्य, (iv) सत्य, (vi) असत्य।
3. 6 दिन, 4. 240 गमले, 5. 227760 लीटर, 6. 70 से.मी., 7. 50 किलोग्राम, 8. (i) 0.50, (ii) 0.99, (iii) 0.32, (iv) 0.03
9. (i) 87.5, (ii) 175%, (iii) 8%, (iv) 190%, 10. 13 अंक, 11. 2600, 3900, 12. 87, 13. ₹825 14. ₹140 प्रति दर्जन, 15. 80 पैसा लाभ, 16. ₹ 20878 17. ₹ 2500 18. 7 वर्ष, 19. ₹ 720 20. ₹ 728 21. ₹4210

अभ्यास 12.1

1. 1000 मी., 2. $\frac{1}{10}$ मी. या 0.1 मी., 3. 1,00,000 से.मी., 4. 1000 से.मी., 5.

$\frac{1}{10}$ सेमी., 6. $\frac{1}{100}$ मीटर, 7. $\frac{1}{1000}$ कि.मी., 8. 5.73 मीटर, 9. 1.378 कि.मी., 10. 17130 मि.मी., 11. 2.345 कि.मी., 12. 1300 से.मी.

अभ्यास 12.2

1. 36 मी., 2. 30 कि.मी. 620 मी., 3. 6 मी. 14 से.मी., 4. 8 कि.मी. 225 मी., 5. 4, 6. 1 मी. 20 से.मी, 7. 8 मी. 20 से.मी., 8. 36 मी. 30 से.मी., 9. 5 मी. 60 से.मी., 10. 25 मी. 48 से.मी., 11. 85 से.मी., 12. 5 कि.मी. 850 मी., 13. 1 मी. 25 से.मी., 14. 10 चक्कर, 15. 925 मी, आनंद।

अभ्यास 12.3

1. 8 मीटर, 2. 35 मीटर, 3. 0.5 मीटर, 4. 900 सेमी., 5. 3 मीटर

अभ्यास 12.4

1. (i) 6000 ग्राम, (ii) 15000 ग्राम, (iii) 5 किलोग्राम, (iv) 0.750 कि.ग्रा.
2. (i) 28 कि.ग्रा. 977 ग्रा., (ii) 70 किलो 782 ग्रा., 3. (i) 15 कि. 300 ग्रा., (ii) 35 किलो 175 ग्राम, 4. 6 किलो 250 ग्राम., 5. 59 कि. 250 ग्राम, 6. 49 कि. 750 ग्रा., 7. 49 किलो, 8. 19 किलोग्राम।

अभ्यास 12.5

1. 40 कि.ग्रा., 2. 22 कि.ग्रा., 3. 5 बोरी, 4. 5 कि.मी., 5. 23 कि.ग्रा. 6. 28 कि.ग्रा.

अभ्यास 12.6

1. 3 ली. 600 मि.ली., 2. 5 ली. 800 मि.ली., 3. 5 शीशी, 4. 3 ली. 800 मि.ली., 5. 250 मि.ली., 6. 500 मि.ली., 7. 3 ली. 400 मि.ली., 8. 10,000 मि.ली., 9. 37 ली. 500 मि.ली.।

अभ्यास 12.7

1. 250 मि.ली., 2. 800 मि.ली., 3. 2 ली. 200 मि.ली., 750 मि.ली., 5. 15 प्याला.

अभ्यास 13.1

1. (i) 10:15 पूर्वाह्न, (ii) 4.30 पूर्वाह्न, (iii) 8.10 अपराह्न, (iv) 1:45 अपराह्न, (v) 9:45 अपराह्न, (v) 11.55 अपराह्न, 3. (ii) 4:00 अपराह्न, (iii) 7:45 पूर्वाह्न, (iv) 5:00 अपराह्न, (v) 5:00 पूर्वाह्न, (vi) 11:50 पूर्वाह्न, (viii) 4:45 अपराह्न, 4. (ii) 2:40 पूर्वाह्न, (iii) 9:00 पूर्वाह्न, (iv) 9.00 अपराह्न, (v) 4:30 अपराह्न, (vi) 1:05 पूर्वाह्न

अभ्यास 13.2

1. 10 घंटे 50 मिनिट, 2. 4 घंटे 50 मिनट, 3. 6 घंटे 30 मिनिट, 4. 8 घंटे 20 मिनिट, 5. 3 घंटे 50 मिनट 55 सेकण्ड, 6. 4 घंटे 34 मिनिट 35 सेकण्ड, 7. 4 घंटे 40 मिनिट 10 सेकण्ड, 8. 6 घंटे 21 मिनिट 10 सेकण्ड, 9. 7 वर्ष 9 माह, 10. 6 वर्ष 3 माह, 11. 10 वर्ष 3 माह।

अभ्यास 13.3

1. 2 घंटे 20 मिनिट, 2. 1 घंटे 20 मिनिट 25 सेकण्ड, 3. 2 घंटे 40 मिनिट, 4. 30 मिनिट, 5. 3 घंटे 19 मिनिट, 45 सेकण्ड, 6. 2 घंटे 12 मिनिट 52 सेकण्ड, 7. 2 घंटे 50 मिनिट 50 सेकण्ड, 8. 3 वर्ष 3 माह, 9. 2 वर्ष 9 माह, 10. 2 वर्ष 6 माह।

अभ्यास 13.4

1. 5 घंटे, 2. 5:00 अपराह्न, 3. 9 घंटे 55 मिनट, 4. 7 घंटे 50 मिनट, 5. 3 दिन, 6. 56 घंटे, 7. 4 सप्ताह, 8. 72 घंटे, 9. 10.10.2006

अभ्यास 14.1

1. (i) 13 से.मी., (ii) 20 से.मी, (iii) 15 से.मी., (iv) 12 से.मी, (v) 12 से.मी. 2. 800 मीटर, 3. 44 से.मी, 4. 100 से.मी., 5. 1600 मीटर, 6. 75 से.मी., 7. 100 मी., 8. आकृति 'ख' का।

अभ्यास 14.2

3. चित्र (क) 4. चित्र (ख)

अभ्यास 14.3

1. 48 वर्ग मी., 2. 12 वर्ग मी., 3. 300 वर्ग से.मी., 4. 40 वर्ग से.मी, 5. 8000 वर्ग मी., 6. 6 चटाइयाँ, 7. 'ख' बड़ा है, 816 वर्गमीटर, 8. 256 वर्ग मी. 9. 25 वर्ग से.मी, 10. 400 वर्ग मी.

अभ्यास 15.1

1. (ii) ∠ क ख ग (iii) ∠ AOB, (iv) ∠ QPR, (iv) ∠ XYZ, (vi) ∠ अ क ब
2. (i) ∠ BAD, (ii) ∠ क ख ग, (iii) ∠ QPR

अभ्यास 15.2

1. (i) 70^0, (ii) 130^0, (iii) 90^0, (iv) 45^0, (v) 90^0, (vi) 75^0

अभ्यास 15.3

1. 80^0, न्यूनकोण, 70^0 न्यूनकोण, 130^0 अधिक कोण, 90^0 समकोण, 50^0 न्यूनकोण, 90^0 समकोण, 150^0 अधिक कोण 30^0 न्यूनकोण।

2. (i) समकोण, (ii) 90^0, (iii) सम, (iv) अधिक, (v) 180^0, (vi) सम, (vii) न्यून।

3. (i) समकोण 90^0, (ii) 180^0 सरल कोण है, (iii) अधिक कोण 90^0 से अधिक माप, (iv) न्यूनकोण 90^0 से कम माप

4. (i) न्यूनकोण, (ii) दो समकोण, (iii) 91^0, (iv) 90^0

अभ्यास 15.4

1. (i) 3, 3, 3, (ii) 3, 2, 2, (iii) 3, 3, 3, (iv) 3, 2, 2

3. (ii) 8, ΔABD, ΔBCD, ΔCDA, ΔABC, ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD, ΔDOA

   (iii) 8 ΔXYZ, ΔADG, ΔABI, ΔXCB, ΔCDE, ΔEYF, ΔFGH, ΔHZI

अभ्यास 15.5

1. (i) सत्य, (ii) सत्य, (iii) सत्य, (iv) सत्य, (v) सत्य।

2. (i) समद्विबाहु, (ii) समद्विबाहु, (iii) समबाहू, (iv) विषमबाहु।

3. (i) अधिककोण, (ii) समकोण, (iii) न्यूनकोण, (iv) न्यूनकोण।

अभ्यास 15.6

1. (i) हाँ, (ii) नहीं (iii) हाँ, (iv) नहीं, (v) नहीं, (vi) हाँ।

2. (i) 80^0, (ii) 30^0, (iii) 60^0, (iv) 60^0, (v) 60^0, (vi) 55^0

3. (i) 60^0, 60^0, 60^0, (ii) 45^0, 30^0, 105^0, (iii) 30^0, 60^0, 90^0, (iv) 90^0, 20^0, 70^0

4. (i) तीन, (ii) तीन, (iii) 180^0, (iv) 60^0

अभ्यास 15.7

1. (i) 2 से.मी., (ii) 6 से.मी., (iii) 12 से.मी., (iv) 14 से.मी., (v) 20 से.मी.।

2. (i) 5 से.मी., (ii) 3 से.मी., (iii) 1 से.मी., (iv) 2 से.मी.

3. (i) दो गुना, (ii) आधी, (iii) बराबर।

4. (i) बराबर, (ii) समान, (iii) दोगुना।

अभ्यास 15.8

3. (1) 4, (2) 1, (3) 3, (4) 1, (5) 2, (6) 1, (7) 1, (8) 1, (9) 2, (10) 3, (11) 1, (12) 1, (13) 1, (14) 0, (15) 1, (16) 1

विविध प्रश्नावली 3

1. (i) 180^0, (ii) समद्विबाहु त्रिभुज, (iii) 1, (iv) 4, 4, (v) 2.
2. (i) सत्य, (ii) सत्य, (iii) असत्य, (iv) असत्य, (v) सत्य, 4. 68 से.मी., 5. 168 वर्ग मी., 4200 रुपये, 6. 40 सिल्लियां, 7. 321 से.मी., 8. 2100 सिल्लियां, 9. 12 से.मी, 5 वर्ग सेमी., 12 से.मी., 8 वर्ग से.मी., (अ) हाँ, (ब) नहीं।
10. (i) 4.25 मी., (ii) 25.7 से.मी., (iii) 5240 ग्राम, (iv) 0.750 लीटर, (v) 5 घंटे 10 मिनट
11. (i) 15 घंटे, (ii) 12 घंटे 30 मिनट, (iii) 8 घंटे 8 मिनट, (iv) 1 घंटे, (v) 12 घंटे।
12. 376, 13. 34 मीटर, 14. 100 किलो 200 ग्राम, 15. 6 घंटे, 16. 2 लीटर, 17. 75 से.मी., 18. 9 मीटर।

ब्रेल : सामान्य परिचय

देवनागिरी, गुरुमुखी इत्यादि लिपियों की तरह ही ब्रेल भी एक लिपि है। ब्रेल लिपि का उपयोग दृष्टिहीन व्यक्तियों द्वारा पढ़ने एवं लिखने के लिये किया जाता है। ब्रेल लिपि का अविष्कार लुई ब्रेल द्वारा सन् 1829 में किया गया था। ब्रेल लिपि उभरे हुए छः बिन्दुओं पर आधारित होती है, इन छः बिन्दुओं से मिलकर एक सेल बनता है, प्रत्येक सेल में एक वर्ण (अक्षर) लिखा जाता है। ब्रेल लिखने के लिये स्टायलस एवं विशेष प्रकार की स्लेट का उपयोग किया जाता है जिसमें छः–छः बिन्दुओं के कई सेल बने होते हैं इसे ब्रेल स्लेट कहा जाता है। ब्रेल स्लेट में मोटे कागज़ की सीट पर स्टाइलस के द्वारा लिखा जाता है। ब्रेल स्लेट की सहायता से ब्रेल लिपि में लिखते समय सीधे हाथ से उलटे हाथ की ओर लिखा जाता है इससे उभार दूसरी तरफ आते हैं। इन्ही उभारों को हाथ की उंगलियों की सहायता से छूकर पढ़ा जाता है। ब्रेल के छः बिन्दुओं का क्रम इस प्रकार होता है।

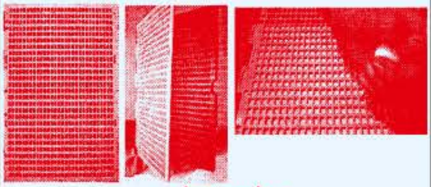
1 ⠿ 4
2   5
3   6

इन छः बिन्दुओं को लेकर 63 अलग–अलग कम्बीनेशन बनाये जा सकते हैं। कुछ कम्बीनेशन निम्न प्रकार हैं–

मात्राऐं और अक्षर

अ	आ	इ	ई	उ	ऊ	ए	ऐ
⠁	⠜	⠊	⠔	⠥	⠳	⠑	⠌
ओ	औ	अं	अः	ऋ	क	ख	ग
⠕	⠪	⠰	⠠	⠐⠗	⠅	⠨	⠛
घ	ङ	च	छ	ज	झ	ञ	ट
⠣	⠬	⠉	⠡	⠚	⠴	⠒	⠾
ठ	ड	ढ	ण	त	थ	द	ध
⠺	⠫	⠿	⠼	⠞	⠹	⠙	⠮
न	प	फ	ब	भ	म	य	र
⠝	⠏	⠖	⠃	⠘	⠍	⠽	⠗
ल	व	श	ष	स	ह	क्ष	त्र
⠇	⠧	⠩	⠯	⠎	⠓	⠟	⠞⠈⠗
ज्ञ	ड़	ढ़					
⠱	⠻	⠐⠻					

नोट : उभारे हुए बिन्दुओं को यहां मोटे बिन्दुओं के रूप में दिखाया गया है।



ब्रेल स्लेट

'भारत' ब्रेल में इस प्रकार लिखते है

⠘⠜⠗⠞

स्टाइलस

समग्र स्वच्छता अभियान संदेश

1. खाना खाने के पहले हाथ धोयें।

2. शौच के बाद साबुन से हाथों को अवश्य धोयें।

3. शौच के लिए शौचालय में ही जायें।

4. घड़े में से पानी डंडी वाले लोटे से ही निकालें, पानी में उंगलियाँ नहीं डुबाना चाहिये।